

**REPUBLIQUE DU BENIN**  
==\*\*==\*\*==\*\*=  
**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**  
**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
==\*\*==\*\*==\*\*=  
**UNIVERSITE D'ABOMEY-CALAVI(UAC)**  
==\*\*==\*\*==\*\*=  
**ECOLE POLYTECHNIQUE D'ABOMEY-CALAVI (EPAC)**  
==\*\*==\*\*==\*\*=  
**CENTRE AUTONOME DE PERFECTIONNEMENT (CAP)**  
==\*\*==\*\*==\*\*=

**MEMOIRE DE FIN DE FORMATION DU SECOND CYCLE**  
**POUR L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR DE**  
**CONCEPTION GEOMETRE TOPOGRAPHE**

**OPTION : Géomatique**

PROBLEMATIQUES DES OBSERVATIONS GNSS ISSUES DE  
TROIS (03) STATIONS PERMANENTES : CAS DES STATIONS  
COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU

Présenté et soutenu publiquement le 30 Mars 2024 par :

**Rodolphe Sewanou TCHIDI**

Devant le jury composé de :

**Président : Prof. Valéry DOKO**, Chef Départemental de Génie Civil à l'EPAC

**Examineur : M. Roch Abdon BAH**, Géomètre Expert Agréée

**Directeur de mémoire : Dr Léopold DEGBEGNON**, Géomètre Expert Agréée

**Co-Maître de mémoire : M. Médard De SOUZA**, Géomètre Expert Agréée

**4<sup>ème</sup>PROMOTION**

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier **DIEU**, le Tout-puissant, le Miséricordieux, qui m'a donné la force et la persévérance d'accomplir ce travail.

La réalisation de ce mémoire n'aurait été possible sans la manifestation de certaines personnes. Qu'elles trouvent ici l'expression de ma plus sincère gratitude.

J'adresse mes sincères remerciements au Directeur de l'Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi(EPAC), au Directeur Adjoint de l'Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi(EPAC), au Chef Service du Centre Autonome de Perfectionnement (CAP), au Personnel Administratif du Centre Autonome de Perfectionnement (CAP), et à tout le corps professoral du Centre Autonome de Perfectionnement (CAP) pour la qualité de la connaissance reçue tout au long de cette formation.

Mes vifs remerciements au **Dr-Ing Léopold DEGBEGNON**, Maitre de Conférence des Universités CAMES et à l'Ingénieur **Médard J.C.de SOUZA**, Enseignant chercheur, pour leur **oui** de conduire ce travail jusqu'au bout et pour leur rigueur.

Je remercie également le Directeur Général de l'Institut Géographique National (IGN) pour son soutien et ses précieux conseils, à la Directrice de l'Equipe Géodésique et de la Cartographie (DEGC).

Je remercie aussi tout le Personnel de la Direction Départementale de l'IGN Section Mono-Couffo pour son soutien continu.

Enfin, je remercie les Membres du Jury qui n'ont ménagé aucun effort pour leur disponibilité à l'appréciation de ce mémoire.

## **SIGLES ET ACCRONYMES**

**EPAC** : Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi

**CAP** : Centre Autonome de Perfectionnement

**GDOP** : facteur de dilution de la précision géodésique

**IGN** : Institut Géographique National

**GNSS**: Global Navigation Satellite System

**GPS**: Global Positioning System

**RGB** : Réseau Géodésique du Bénin

**RTK** : Real Time Kinematic

**MCA** : Millenium Challenge Account

**TBC** : Trimble Business Center

**HDOP** : Horizontal Dilution Of Preicsion

**TDOP** : facteur de dilution de la précision pour le temps

**VDOP** : facteur de dilution de la précision pour la hauteur

**MCA** : Millenium Challenge Account

## **RESUME**

Les difficultés liées au foncier au Bénin sont énormes. Au nombre des causes de ces difficultés qui constituent une véritable insécurité au foncier, se trouvent des raisons techniques, qui sont soit liées aux méthodes de travail, soit aux outils utilisés. Pour pallier ces difficultés, bons nombres de cabinets géomètres de nos jours se dotent de plus en plus des outils de dernières générations que sont les récepteurs GNSS pour une exécution efficiente des travaux. Selon les exigences techniques et administratives, tous ces travaux devraient être dans un seul et unique système, le Réseau Géodésique National classique ou celui des stations permanentes. Le Bénin est admis dans le réseau géodésique mondial grâce à ses stations permanentes.

Les conflits fonciers au Bénin sont croissants et l'installation des stations permanentes visent essentiellement le renforcement des capacités cartographiques et topographiques des professionnels du secteur public et privé. Les objectifs poursuivis sont : amener tous les acteurs du foncier au Bénin à travailler dans un système unique de référence, favoriser l'enregistrement rapide des droits à la propriété, établir une base de données fiable. Vu l'évolution des réseaux Gsm, le réseau de la station permanente du Bénin peut être mis à jour afin de faire de ce réseau, un réseau GNSS RTK.

Nous avons évalué les résultats d'utilisation effective d'un récepteur GNSS et toutes les problématiques y afférentes, à travers trois différentes stations permanentes.

## **ABSTRACT**

The difficulties related to land in Benin are enormous. Among the causes of these difficulties, which constitute real land insecurity, are technical reasons, which are either linked to the working methods or to the tools used. To overcome these difficulties, a high number of surveying firms nowadays are increasingly equipped with the latest generation tools such as GNSS receivers for efficient execution of the work.

According to the technical and administrative requirements, all these works should be in a single system, the National Geodetic Network which is that of the permanent stations.

This study has made it possible to show the difficulties and limits of the attachment modes often used by users of these GNSS receivers, which always keeps them in static mode, then to suggest a procedure manual for, on the one hand, the execution topographic survey work in RTK mode with free pivot and on the other hand to ensure a better connection of the topographic work carried out to the network system of permanent stations.

## SOMMAIRE

REMERCIEMENTS.....	1
SIGLES ET ACCRONYMES.....	3
RESUME.....	4
ABSTRACT.....	5
SOMMAIRE.....	6
Liste des tableaux.....	7
INTRODUCTION.....	8
CHAPITRE I : PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES .....	9
<b>I.1. PROBLEMATIQUE</b> .....	9
<b>I.2. Contexte de l'étude</b> .....	11
<b>I.3. Justification du thème</b> .....	12
<b>I.4. Hypothèses et objectifs de l'étude</b> .....	13
<b>I.5. Cadre géographique de l'étude</b> .....	14
I.5.1. Situation géographique des zones d'étude.....	14
I.5.2. Climat.....	15
<b>I.5.3. Sol, végétation et Hydrographie</b> .....	15
I.6. Démarche méthodologique .....	16
Chapitre II : cadres de référence géodésique du Bénin et la géodésie spatiale .....	19
<b>II.1. Cadres de référence géodésique du Bénin</b> .....	19
<b>II.2. La Géodésie Spatiale</b> .....	34
Chapitre III : cadres techniques de l'étude, Résultats et discussions.....	45
<b>III.1. Inventaire des réseaux géodésique et de nivellement de Cotonou</b> .....	45
<b>III.2. Résultats attendus</b> .....	50
<b>III.3. Traitement des Résultats</b> .....	62
<b>III.4. Analyse des Resultats</b> .....	89
Conclusion.....	93
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	94
TABLE DES MATIERE .....	95

## Liste des tableaux

<b>Tableau 1</b> : des coordonnées des sept stations permanentes du Benin.....	34
<b>Tableau 2</b> : Combinaison des trois stations.....	56
<b>Tableau 3</b> : Combinaison des trois stations .....	62
<b>Tableau 4</b> : Résultats des observations par la méthode des moindres carrés et par combinaison.....	89
<b>Tableau 5</b> : Résultats des observations par la méthode des moindres carrés et par combinaison.....	90

## Liste des figures

<b>Figure 1</b> : Bornes types constituant le réseau de 1 <sup>er</sup> ordre du Benin.....	24
<b>Figure 2</b> : Vue montrant une des 500 bornes géodésiques de 2 <sup>e</sup> ordre couvrant de façon homogène l'ensemble du territoire .....	25
<b>Figure 3</b> : Antenne GNSS avec mât .....	26
<b>Figure 4</b> : Antenne GNSS et routeurs de transfert de données de la station permanente de Cotonou. ....	28
<b>Figure 5</b> : Un boîtier contenant une batterie et le récepteur NetR5 qui enregistre les données en continue et Cabine abritant le boîtier de la station permanente d'Abomey. ....	29
<b>Figure 6</b> : Figure montrant un satellite en orbite .....	36
<b>Figure 7</b> : Vue montrant les trois types de RTK .....	49

## Liste des cartes

<b>Carte 1</b> : Situation géographique du Bénin .....	18
<b>Carte 2</b> : Réseau Géodésique de premier ordre du Bénin .....	23
<b>Carte 3</b> : Sept stations permanentes du réseau CORS-GNSS du Bénin.....	27
<b>Carte 4</b> : Figure montrant le rayon de couverture des stations permanentes..	33

## INTRODUCTION

Au Bénin comme dans beaucoup de pays en voie de développement, les populations sont confrontées à des difficultés liées à l'espace et au contrôle de l'accroissement de leur écologie humaine. Il existe bon nombre de projets dont la réalisation aurait dû donner un autre aspect au pays avec des rétributions économiques qui sont parfois annoncées. Malheureusement, force est de constater que ces projets n'ont pas abouti faute de garanties foncières.

Ces problèmes d'insécurité foncière trouveront selon (Dr. DEGBEGNON, 2012), une solution dans la mise en place d'un système géodésique unique de référence sur l'ensemble du territoire national pour la réalisation des travaux de topographie, de cartographie, d'assainissement et d'urbanisme.

Grâce à l'évolution de la technologie, le premier système de positionnement par satellites a été développé par les Etats-Unis en 1964 et était exclusivement à usage militaire. D'une manière générale, la rivalité technologique entre les différents pays pour la mise en orbite des satellites artificiels s'est fortement accélérée après la seconde guerre mondiale (CADIEU, 2015). Ce qui a engendré le développement de plusieurs systèmes de positionnement (GPS, GLONASS, GALILEO, ...).

Mais depuis un passé récent surtout à partir des années 2000, le système GPS est devenu accessible aux populations civiles avec une précision métrique, et a permis à la géolocalisation GPS de se dé mystifier. Ainsi, le récepteur GNSS est devenu un outil capital pour la géodésie, base de toutes opérations cartographique et topographique. Pour assurer l'atteinte de ses objectifs, la collecte des données par le récepteur GNSS en topographie passe par deux modes opératoires que sont le mode cinématique et le mode statique.

Introduit au Bénin vers les années 90 par l'Institut Géographique National, l'utilisation des récepteurs GNSS a été accentuée à partir de l'année 2010 par le projet Millenium Challenge Account (MCA-Benin) à travers son volet "



accès aux fonciers". Par ce projet, il a été mis en place au Bénin, un réseau de stations permanentes qui devrait servir de système de référence unique lors de l'exécution des différents travaux topographiques et cartographiques. Ainsi, l'utilisation du récepteur en s'appuyant sur les stations permanentes, commence à rentrer dans les habitudes des géomètres surtout que l'ex-direction des domaines, de l'enregistrement et du timbre impose par exemple que les levés de bornage d'immatriculation et de morcellement soient systématiquement rattachés au réseau géodésique de ces stations permanentes (Dr. MEVO GUEZO, 2015).

L'étude a pour objectif de ressortir les problèmes relatifs à l'observation des points par les récepteurs GPS/ GNSS bi-fréquences en mode statique lors de leur utilisation.

L'évolution de la technologie nous a permis d'acquérir des appareils topographiques performants et rapides. Malgré la performance et la rapidité le problème de précision demeure.

Pour effectuer les travaux topographiques avec ces nouveaux appareils on fait le calage sur un seul point géodésique.

Notre étude est de faire le calage sur au moins deux ou trois stations permanentes, calculer les écarts et trouver une valeur plus proche de la réalité.

## **CHAPITRE I : PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES**

### **I.1. PROBLEMATIQUE**

De façon générale dans le monde, l'homme a un objectif majeur qui n'est rien d'autre que l'aménagement du territoire qui consiste à l'accompagnement du développement économique des territoires et à la réduction des inégalités spatiales en termes économiques ou sociaux.

Selon un rapport de la Délégation à l'Aménagement du Territoire (DAT) en 2006, " le foncier au Bénin", le foncier est caractérisé par une insécurité dont l'acuité s'impose à tous : la majorité des affaires traitées par la justice aurait une origine foncière. Ainsi pour assurer un minimum de sécurisation, il a été institué que seul le régime de l'immatriculation foncière pourrait conférer au détenteur d'un titre, le droit de propriété au sens absolu compte tenu des dispositions de la loi portant code foncier et domanial en République du Bénin (Loi n°2017-15 modifiant et complétant la loi 2013-01 du 14 août 2013).

Fâcheusement il a été constaté que malgré toutes les précautions des autorités qui entourent les procédures d'immatriculation, il arrive de relever un certain nombre d'irrégularités portant sur des chevauchements ou superpositions de titres et autres travaux topographiques.

Alors pour résoudre ces différentes erreurs, et obtenir des résultats fiables et efficaces, les cabinets de géomètres experts et autres acteurs du foncier, s'investissent dans l'acquisition de matériels techniques de pointes tels que les récepteurs bi-fréquences GPS /GNSS.

Afin de procéder aux relevés et au rattachement de leurs travaux au réseau des stations permanentes GPS mis à la disposition du Bénin par le gouvernement américain pour le projet accès au foncier du Millenium Challenge Account, nous avons au total **sept stations** permanentes réparties comme suit : Cotonou, Abomey, Savalou, Parakou, Nikki, Kandi et Natitingou.

Ainsi, en vue de l'exécution efficiente des travaux, avec ces récepteurs GPS/GNSS, il est donc utile de se baser sur au moins trois stations permanentes.

Malgré les nombreux efforts des géomètres et autres acteurs du secteur dans l'acquisition des appareils de pointe, les problèmes persistent.

Habituellement ces cabinets de géomètres experts et autres acteurs du secteur utilisent une station permanente, souvent la plus proche du point pour remédier à ce problème. Mais malheureusement nous constatons parfois que la station permanente la plus proche du point de calage ne fonctionne pas et ces acteurs du secteur pour continuer leur travail choisissent une autre station permanente plus éloignée pour faire le calage. Est-ce que les valeurs obtenues à partir du calage fait avec une station permanente plus éloignée seront elles proche de la réalité ? C'est dans cet objectif que nous proposerons de choisir au moins trois stations permanentes pour calculer le même point, de comparer les résultats et de prendre la moyenne pour la suite des travaux.

## **I.2. Contexte de l'étude**

Cela ne fait l'objet d'aucun doute que notre pays le Bénin est en plein chantier de construction et plusieurs bonnes initiatives et décisions sont prises en vue de sécuriser les terres pour que tout ceci puisse converger vers la stabilité de son développement. Alors dans le but de rester dans cette même dynamique, les cabinets et les entreprises se sont dotés des appareils de nouvelle génération en l'occurrence les récepteurs GNSS/GPS. Ces derniers sont adaptés aux systèmes classiques tant qu'aux systèmes des stations permanentes. Cependant, le Bénin ne disposant que de sept (7) Stations permanentes, mais la question c'est de savoir si dans un certain rayon d'observation, trois stations de proximité donnent-ils une même précision ? Pour ce faire, il faut une étude afin de mener des observations suivant trois différentes stations permanentes dans deux différentes zones afin d'apprécier les différents résultats.

Somme toute, nous nous sommes aperçus que les problèmes se résument en ces 6 (six) points à savoir :

- ☞ L'instrument utilisé pour les opérations.
- ☞ Le paramétrage de l'appareil.

- ☞ La période de travail.
- ☞ La méthode utilisée pour l'acquisition des données.
- ☞ Les points de calage
- ☞ Le système géodésique utilisé.

### **I.3. Justification du thème**

Dans le souci d'avoir une bonne précision et une bonne rentabilité dans les travaux topographiques de nos jours, plusieurs cabinets de géomètre expert font recours aux appareils de nouvelle génération en l'occurrence les récepteurs GPS/GNSS. Ces appareils de grande précision est un instrument de travail rapide basé sur un principe de fonctionnement spécifique.

Généralement pour la détermination des coordonnées des bornes définissant la limite qui sépare deux propriétés contiguës dans le cadre de l'obtention d'un titre de propriété foncière (TF), on remarque que le relevé GPS des bornes qui sont des marques fixes ne donne pas les mêmes coordonnées (X, Y). Ainsi plusieurs relevés de différents cabinets de géomètres experts agréés sur les bornes donnent différentes coordonnées. Ce qui constitue un problème dans la réalisation des bornages contradictoires ou de morcellement par relevé GPS qui est d'ailleurs fondamental dans le processus de sécurisation foncière.

Alors du point de vue professionnel, en principe tout point sur terre n'a qu'un et un seul couple de coordonnées qui est rattaché à un système géodésique national. Dans le cas du Bénin, à l'instar de la plupart des pays en voie de développement, c'est depuis près d'une dizaine d'année que les opérations de rattachement des travaux topographiques ont pris un essor. Toutefois, des difficultés pour la maîtrise de la gestion de son patrimoine foncier et à contrôler l'expansion des agglomérations subsistent encore. Cette maîtrise du foncier nécessite une meilleure description géométrique des immeubles à travers les relevés rattachés.

Les problèmes de l'insécurité foncière dans notre pays sont récurrents et demandent à notre Etat de prendre des dispositions idoines en vue de l'amélioration de la politique foncière, des services de la confirmation des droits fonciers et de la gestion de l'information foncière. Ces problèmes d'insécurité foncière trouveront une solution dans la mise en place d'un système géodésique unique de référence sur l'ensemble du territoire national pour la réalisation des travaux de topographie, de cartographie, d'assainissement et d'urbanisme (DEGBEGNON, 2012). Ce système constitue l'ossature pour l'établissement des plans fonciers sécurisés et les relevés par récepteur GPS/GNSS y ont un rôle prépondérant.

#### **I.4. Hypothèses et objectifs de l'étude**

##### **I.4.1 Objectif global**

D'une manière générale, l'objet de cette étude est d'évaluer les problèmes issus des observations GNSS des trois stations permanentes.

##### **I.4.2. Objectifs spécifiques**

De façon plus spécifique, il s'agira de :

- Faire des observations en mode statiques sur les trois stations permanentes ;
- Evaluer les problèmes rencontrés lors de ses observations ;
- Comparer les problèmes rencontrés et trouver une solution.

##### **I.4.3. Questions de recherche**

La présente étude nous amène à poser la question suivante :

Malgré la distance entre trois stations permanentes, le positionnement d'un point par récepteurs GNSS donnera-t-il les mêmes coordonnées ? à quel rayon maximal pourra-t-on être d'une station pour obtenir une précision millimétrique ?

#### **I.4.4. Hypothèses**

Dans le cadre de notre étude les hypothèses suivantes ont été formulées :

- ✓ La position d'un point restera toujours fixe peu importe la station permanente utilisée seulement que la précision ne sera pas le même compte tenu de la distance entre le point et la station permanente.
- ✓ L'amélioration consistera à rechercher une précision millimétrique ce qui revient donc à réduire la distance en observations pour diminuer les ambiguïtés.
- l'observation d'un point à l'issue des stations permanentes différentes ne donnera pas les mêmes résultats,
- lors des observations des stations ne marchent pas ou donnent des écarts plus ou moins élevés compte tenu des distances entre le point relevé et les stations,
- Les écarts obtenus lors des observations seront minimisés si le point à relever est plus proche des stations.

#### **I.5. Cadre géographique de l'étude**

##### **I.5.1. Situation géographique des zones d'étude**

L'étude sera conduite au Bénin sur deux différentes communes : Aplahoué et Houéyogbé.

Dans la commune de Houéyogbé, les points relevés sont implantés à Houéyogbé centre commune de Houéyogbé.

Quant à la commune d'Aplahoué, les points relevés sont implantés dans l'arrondissement d'Aplahoué

Les points relevés sont implantés dans l'arrondissement d'Aplahoué et celui de Houéyogbé.

#### I.5.2. Climat

- Aplahoué a un climat Subéquatorial comprenant deux saisons sèches (de juillet à septembre et de novembre à février voir mars) et deux saisons pluvieuses, l'une courte (septembre à novembre) et l'autre plus longue (avril à juillet)
- Houyogbé a un climat Soudano guinéen avec 02 saisons de pluie (mi-mars à mi-juillet mi-septembre à mi-novembre) alternant avec 02 saisons sèches (mi-novembre à mi-mars et mi-juillet à mi-septembre)

#### I.5.3. Sol, végétation et Hydrographie

- Plusieurs cours d'eau permanents alimentent la commune d'Aplahoué: Fleuve Couffo, fleuve Mono, Doko, Tchitodou, Lomon, Kpako, Sinli, Gougan Sinli, Badja, Wontèmè, Kémadohoué. Plateau sédimentaire du continental terminal qui fait suite au plateau cristallin. Il est d'altitude moyenne de 80 m et légèrement incliné vers le sud où il se raccorde de manière sensible à la dépression médiane des "Tchi".
- La commune d'Aplahoué est alimentée par: Lac Toho, Défluent du fleuve Mono, la Sazué, lagune de Hontoué, Divers cours d'eau (Dati à Zounmè, Wogo à Logohoué, Dophé, Klouto, Tovio à Drè, Lowin et Koumadoda à Sohounmè).

**Végétation :** Fourré arbustif dominé par le palmier à huile et quelques pieds de fromagers et la savane arbustive. Les espèces naturelles présentes sont le fromager, le baobab et autres espèces d'arbustes et des lianes.

**Faune :** Petits ruminants, oiseaux et insectes

#### **I.5.4. Situation administrative**

- créée conformément à l'article 1<sup>er</sup> de la loi N° 97-028 du 15 Janvier 1999 portant organisation au Bénin, la commune de Houéyogbé est une entité territoriale circonscrite dans un espace et marquée par un paysage.

Suivant la loi ci-dessus référencée, la superficie de la commune de Houéyogbé est des 190 Km<sup>2</sup>. La commune est comprise entre 6°20' et 6°40' latitude Nord et 1°45' et 1°57' longitude Est. Elle est limitée au Nord par la commune de Lokossa, à l'Est par la commune de Bopa, au Sud par la commune de Comè, au Sud-Ouest par la commune de Grand-Popo et à l'Ouest par la commune d'Athiémè.

- Désignée comme chef-lieu du département du Couffo à la faveur du conseil des Ministres du 22 juin 2016, la commune de d'Aplahoué avait déjà plusieurs atouts qui la mettait en position favori par rapport à ce statut. Sa superficie est 915 Km<sup>2</sup>. Elle est limitée au Nord et au Nord Est par la commune de Djidja, au Sud par la commune de Djakotomey, à l'Est par la commune de Klouékanmè et la commune d'Abomey et à l'Ouest par le Togo.

#### **I.6. Démarche méthodologique**

Comme démarche, nous avons :

- Localiser certains points géodésiques de 1<sup>er</sup> et de 2<sup>ème</sup> ordre et station permanente proche dans la zone d'étude,
- Choisir des points fixes scellés et nommés dont les coordonnées seront déterminées dans le même système de référence,



- Relever deux points dans chaque zone d'étude avec le récepteur GNSS de marque Trimble R8S (TDC 600),
- Utiliser le mode statique pour relever chaque point (six (06) heures par observation),
- Faire au moins deux essais par zone d'étude et par point relevé,
- Utiliser le logiciel TBC (Trimble Business Center) pour télécharger et calculer les données recueillies sur le terrain.

Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations  
Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU

---



**Carte 1 : Situation géographique du Bénin**

Source : Google Earth

---

Rédigé Présenté et soutenu par TCHIDI Rodolphe en vue de l'Obtention du  
diplôme d'Ingénieur de Conception Géomètre Topographe

## **Chapitre II : cadres de référence géodésique du Bénin et la géodésie spatiale**

### **II.1. Cadres de référence géodésique du Bénin**

Pour bien mener la présente recherche, il a été défini les cadres de références nécessaires à la mise en œuvre des travaux. Les cadres de référence ou systèmes de référence comprennent un datum, pouvant être défini comme une surface ou un ensemble de quantités sur lesquelles sont basées les mesures, et un ensemble de points dont les coordonnées sont établies par rapport au datum pour permettre de référencer tout autre point. Ainsi, deux types de cadres de référence s'imposent : les cadres de référence altimétrique et les cadres de référence planimétrique.

#### **II.1.1. Cadres de référence altimétrique**

Au Bénin, le cadre de référence altimétrique dénommé NGAO est constitué de repères de nivellement implantés le long des RNIE et basé sur le datum du niveau moyen des mers de Dakar 1954, calculé par l'IGN-France. Ces repères sont pour la plupart détruits et l'IGN Bénin s'efforce à les reconstruire, c'est le cas des nouveaux tronçons Godomey-Bohicon, Djougou-Porga, Cotonou-Porto-Novo, Come-Lokossa-Abomey et Cotonou-Hilacondji. La dénomination du cadre référentiel de nivellement béninois est le Réseau de Nivellement Général du Bénin (RNGB). Dans le but d'apprécier ce réseau qui était défini par rapport au zéro du système IGN 1954 de Dakar, le zéro du marégraphe donné par le port autonome de Cotonou est à l'altitude : -0,535 m. Cette mesure a été vérifiée par Monsieur BEYER en 1981 et a donné le résultat de : -0,529m. Entre 1979 et 1981, le Bureau de Maréomètre a disposé des enregistrements du marégraphe du port autonome de Cotonou sur une période de quatre-vingt-neuf (89) semaines. Ainsi la moyenne des résultats des 89 semaines d'enregistrement

donne une hauteur  $h=0,926$  m au- dessus de zéro du marégraphe et la valeur retenue pour l'altitude du niveau moyen de la mer est :

$Z_m = Z_o + h = - 0,529 + 0,926 = + 0,397$  m dans le système IGN 1954 Dakar.

Sur la base du nouveau datum, un autre cadre de référence local est dénommé "Nivellement de Cotonou et ses environs" a été implanté et utilisé à Cotonou, Porto-Novo, Abomey-Calavi et Ouidah.

Ainsi le niveau moyen de la mer à Cotonou serait 39,7cm au-dessus du zéro moyen de Dakar. Ceci peut s'expliquer soit par une réelle différence géométrique (due aux courants marins et aux différences de salinité par exemple) soit plus certainement aux erreurs de nivellement cumulées entre Dakar et Cotonou via Bamako (plusieurs milliers de km)

Il existe donc dans Cotonou une certaine confusion liée à la co-existence de ces deux (02) systèmes, certains répertoires étant exprimés en NGAO (Origine Dakar), d'autres dans le système « Cotonou ». Certains repères ont donc 2 altitudes, ce qui est une source certaine d'erreurs pour les utilisateurs. En particulier, il semblerait (à confirmer par des mesures) que le repère de 1<sup>er</sup> ordre IGN103 ait une altitude exprimée dans le système « Cotonou » alors que le système officiel du Bénin (arrêté 0068/MUHRFLEC/DC/SGM/IGN/DGURF/SA du 28 Décembre 2009) est le NGAO.

### **II.1.2. Cadres de référence planimétrique**

Le Bénin a mis en place un réseau géodésique de premier ordre constitué de 60 points (implantés et exploités) et de second ordre constitué de 500 points (en cours de finalisation).

Les datums de référence planimétrique, sur lesquels s'appuient les latitudes et les longitudes au Bénin, sont des ellipsoïdes définis mathématiquement plutôt qu'un géoïde physiquement défini. Trois systèmes de référence planimétrique coexistent, le datum 58 et le datum 58 (81) élaborés

par l'IGN-France et le WGS84. Le premier a permis la détermination des coordonnées des anciens points géodésiques qui ont servi d'appui pour l'élaboration des cartes de bases du pays. Le second est un système géodésique local utilisé dans le sud du pays jusqu'en 1997 ; il est matérialisé par un réseau de triangulation peu homogène (Rapport de mise en place de réseau de 1<sup>er</sup> ordre, IGN 1999). Le point origine est un repère situé sur la terrasse supérieure de l'hôtel BABO à Cotonou. Les coordonnées planes en projection UTM, fuseau 31 Nord, sur l'ellipsoïde de Clarke 1880 (anglais) sont issues d'observations Doppler effectuées en Mars 1981 par l'IGN-Bénin. (Rapport de mise en place de réseau de 1<sup>er</sup> ordre, IGN 1999)

Ce système a été utilisé pour la réalisation d'un grand nombre de plans et cartes dans le sud. Grâce aux progrès techniques et à l'arrivée du positionnement par satellites, un nouveau réseau plus exact que les deux premiers cadres de référence a été élaboré par l'IGN-France entre 1995 et 1997 avec l'appui de l'IGN-France (IGN-Bénin) : c'est le système WGS84. Il faut noter que c'est par souci de simplification que l'appellation WGS84 a été retenue pour désigner ce nouveau système qui constitue le Réseau Géodésique du Bénin (RGB) (L. DEGBEGNON, 2006). Le réseau géodésique de premier ordre du Bénin compte 60 points répartis sur toute l'étendue du territoire. Il est repéré dans le Système Géodésique Mondial WGS 84 associé à la projection UTM 31 et rattaché au système de Référence Terrestre International qui constitue le système géodésique le plus précis à l'échelle mondiale. (DEGBEGNON, 2006).

Il est réalisé comme suit :

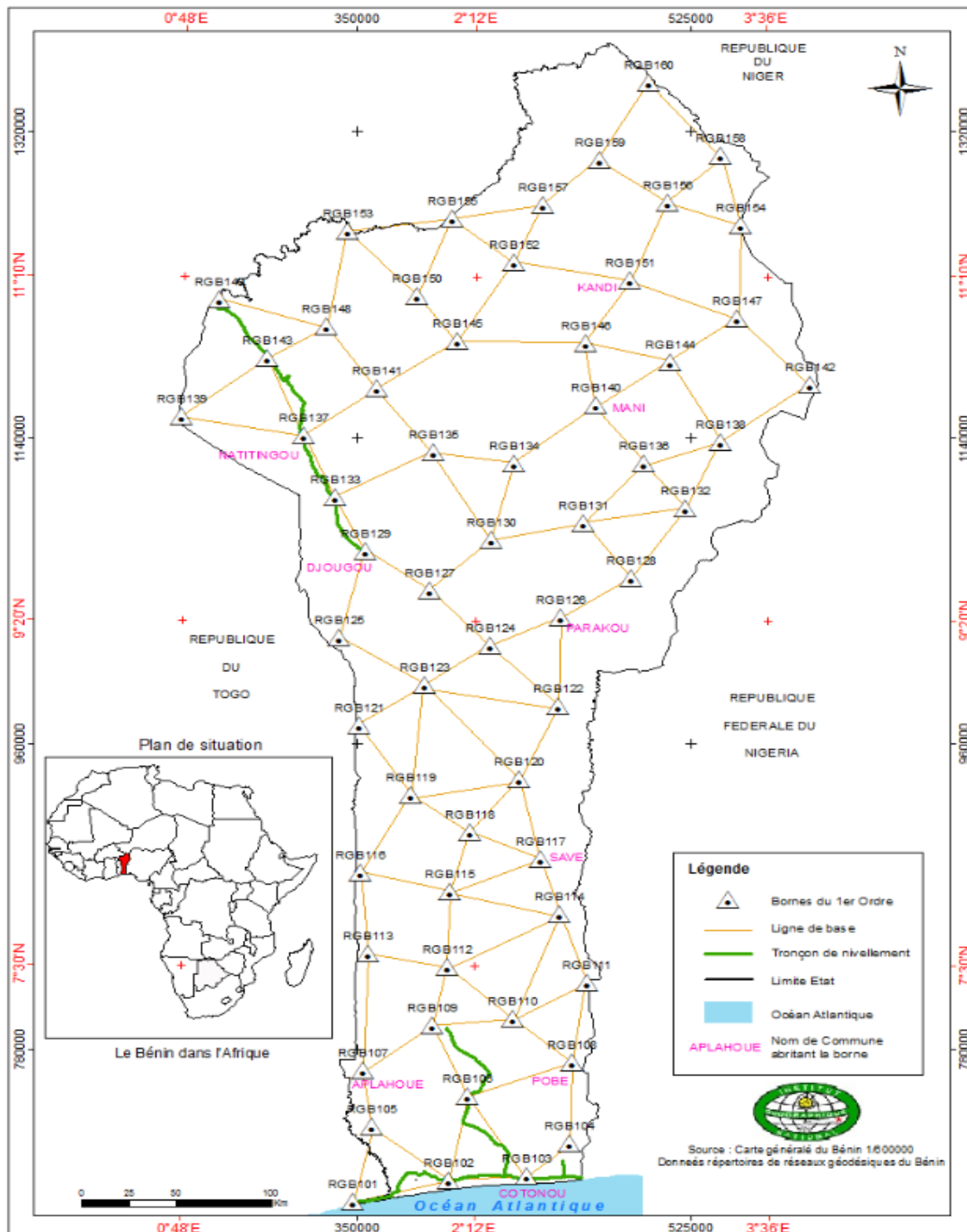
- Mise en place d'un point de référence qui est le point numéroté 103 du RGB matérialisé par un pilier situé à la Direction Générale de l'IGN à Akpakpa, Cotonou.
- Traitement et calcul global des lignes de bases par l'IGN-France par le logiciel GEOLAB ainsi, les coordonnées du point 103 de Cotonou

exprimées en ITRF 93 (époque 95.9) sont connues. L'écart type sur ces coordonnées est de l'ordre de 20 cm. (KIKI, 2008)

- L'ensemble du réseau RGB de premier ordre a été ensuite compensé par le logiciel GEOLAB, seul le point de référence étant fixé.

La figure présente le réseau géodésique du premier ordre et les nouveaux tronçons de nivellement de précision réalisés.

Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations  
Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU



**Carte 2:** Réseau Géodésique de premier ordre du Bénin

**Source :** IGN-Bénin



La lecture de la figure permet de comprendre que le réseau de 1<sup>er</sup> ordre est constitué de 60 bornes réparties de manière homogène sur toute l'étendue du territoire national. Ce réseau permet un positionnement précis en mode statique ou cinématique avec le GPS. Ce réseau est constitué de plusieurs types de bornes comme le montre les photos suivantes



**Figure 1:** Bornes types constituant le réseau de 1<sup>er</sup> ordre du Benin

**Source :** Da Morou, juillet 2015

Sur la Figure, on observe des photos montrant les différentes bornes du réseau géodésique du premier ordre dans tout le Bénin. Le réseau de 1<sup>er</sup> ordre est constitué de 60 bornes et regroupe les bornes encore stables des trois



généralisations de géodésie au Bénin. Il est matérialisé par un réseau de triangulation peu homogène sur le territoire national (Rapport de mise en place de réseau de 1<sup>er</sup> ordre, IGN 1999). Dans ce réseau, l'altimétrie est matérialisée par 26 macarons déterminés par nivellement direct. Le reste des bornes est déterminé soit par nivellement indirect, soit par interpolation sur le modèle de géoïde généré à partir du Nivellement Général de l'Afrique de l'Ouest (NGAO). Le réseau géodésique de 2<sup>e</sup> ordre est constitué actuellement de plus de 500 points :

- distance moyenne entre points consécutifs 8 Km ;
- précision planimétrique est à 5cm près ;
- précision altimétrique est à 10cm près ;
- Bornes pyramidales.



**Figure 2:** Vue montrant une des 500 bornes géodésiques de 2<sup>e</sup> ordre couvrant de façon homogène l'ensemble du territoire

**Source :** IGN-Bénin

### II.1.3. Réseau des Stations Permanentes

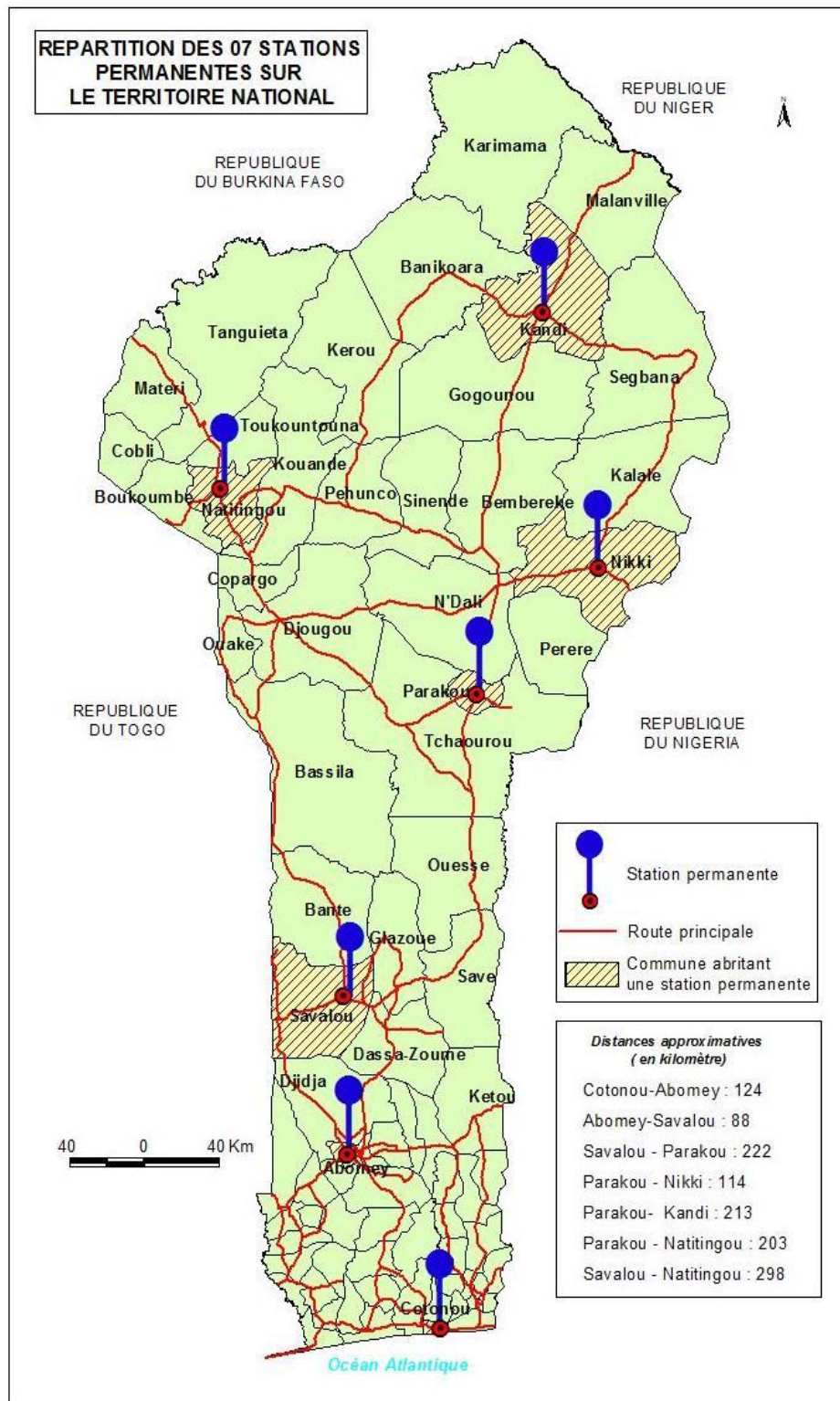
De plus, Sept(7) stations de référence GNSS permanentes ont été déployées offrant un outil moderne à la localisation et permettant d'effectuer des travaux de positionnement centimétrique par le post-traitement en utilisant un seul récepteur et un positionnement à  $\pm 2$  centimètres de précision, par corrections différentielles. Le Réseau des Stations Permanentes du Bénin (RSPB) constitue de nos jours le cadre de référence planimétrique. Installées et calculées en juillet 2009 en utilisant 69 jours de données, les stations permanentes du Bénin sont dans sept (07) villes du territoire national (Cotonou, Abomey, Savalou, Natitingou, Nikki, Kandi, Parakou) tels indiqués sur la carte n°3. La référence planimétrique par rapport à celle de la commune de Cotonou se fera sur la base des caractéristiques ci-dessous obtenues à l'aide de l'ellipsoïde GRS80 où l'écart-type sur les coordonnées de stations permanentes du Bénin est de l'ordre de 2 cm.

- Ellipsoïde de référence : GRS80 ;
- demi grand axe=6 378 137 m
- Aplatissement=1/298.257222101



**Figure 3:** Antenne GNSS avec mât

Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations  
Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU

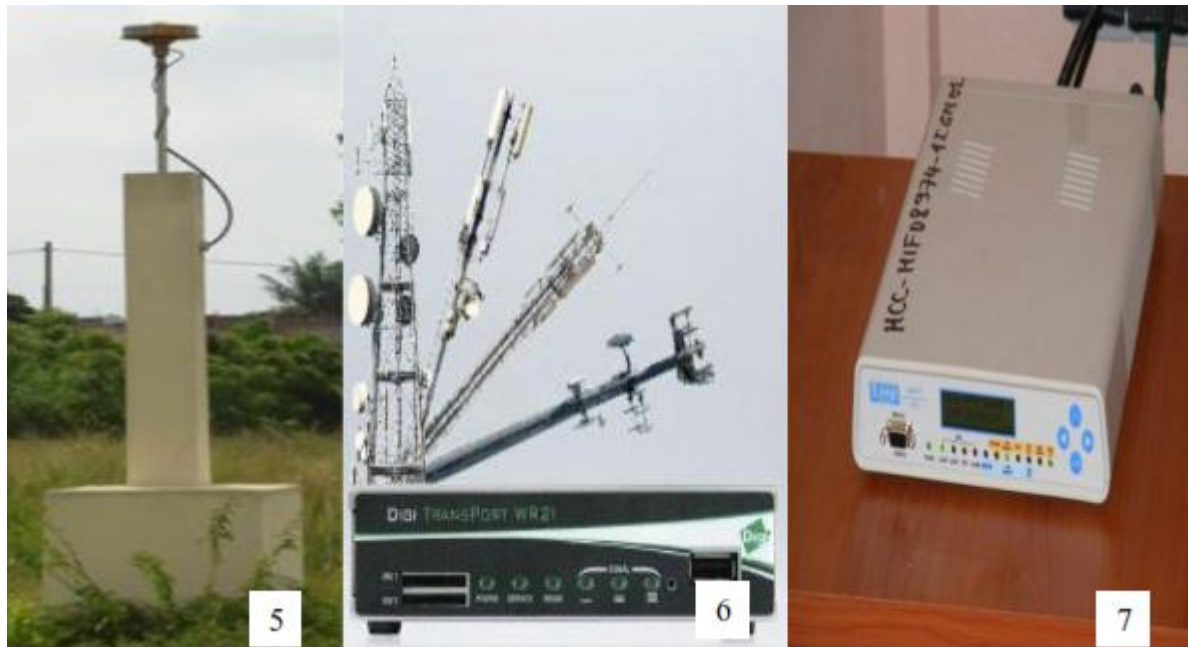


**Carte 3:** Sept stations permanentes du réseau CORS-GNSS du Bénin.

**Source :** carte IGN au 1/600000

Sur la figure on observe la répartition spatiale des sept (07) stations permanentes CORS GNSS du Benin.

La Figure présente le dispositif de production et de transfert des données des stations permanentes vers le centre de calcul situé à Cotonou.



**Figure 4:** Antenne GNSS et routeurs de transfert de données de la station permanente de Cotonou.

**Source** : Mission IGN de suivi de fonctionnement des stations permanentes CORS GNSS

Sur la Figure, on peut observer à gauche, l'antenne GNSS de la station permanente de Cotonou, au centre et à droite les routeurs de transfert de données par internet vers le centre de calcul. La figure montre le boîtier abritant le récepteur TRIMBLE Net R 5 ainsi que la cabine à l'intérieur de laquelle est logé le boîtier.





**Figure 5:** *Un boîtier contenant une batterie et le récepteur NetR5 qui enregistre les données en continue et Cabine abritant le boîtier de la station permanente d'Abomey.*

**Source :** Mission IGN de suivi de fonctionnement des stations permanentes CORS GNSS

Les Sept (7) stations de référence GPS permanentes ont été implantées par l'IGN (Institut Géographique National) appuyées par des experts américains à travers le programme MCA. Les stations sont des points géodésiques établis sur des sites dégagés de tout obstacle et clôture. Sur chaque site, une antenne capte continuellement les signaux provenant des satellites GPS. Ces signaux sont décodés par un récepteur bi-fréquence (Trimble NetR5); ensuite, ils sont enregistrés, à l'intervalle d'une seconde, par un micro-ordinateur serveur, et ce, 24 heures par jour. Par la suite, un fichier est créé et comprimé sous forme exécutable (.exe). Ce fichier comprimé comprend, d'une part, les pseudo-distances et les mesures de phase d'onde porteuse sur les deux fréquences et, d'autre part, les éphémérides diffusées.

Toutes ces données sont disponibles en format d'échange standard RINEX (Receiver Independant Exchange Format, version 2.11), qui est un format

reconnu par la plupart des logiciels de traitement de données GPS. Mise à part les données diffusées par les satellites GPS, dans le fichier RINEX on peut avoir aussi la position géographique de la station ainsi que le type de récepteur et le type d'antenne.

Les stations permanentes du réseau géodésique CORS Bénin se composent de trois éléments majeurs :

L'antenne GPS géodésique bi-fréquence sur son support :

Les antennes GPS du réseau CORS Bénin sont de type "Passif" (voir figure). Elles reçoivent des données provenant des satellites mais n'émettent aucune onde. Toutes les antennes sont montées sur un socle en béton armé. La hauteur du socle en béton armé est de 3,9 m.

- Le Récepteur GPS bi-fréquence :

Le réseau CORS Bénin est doté de récepteur Trimble NetR5 (figure 2). Le récepteur reçoit les signaux satellites de toutes les constellations existantes (GPS L1/L2/L2C, GLONASS L1/L2) et captent les signaux L5 et GALILEO. C'est une station permanente de référence pouvant émettre des corrections via internet (accès en GSM), via une radio PDL 450, ou logiciel Trimble.

- Lien de communication :

Les installations sont reliées aux serveurs par connexion téléphonique et d'autre par la connexion VSAT. Toutes les installations sont également ondulées et protégées contre la foudre. Comme on peut le remarquer, les stations du réseau CORS Bénin ne disposent pas de modem radio ou gsm pour les corrections en temps réel. Ceci ne permet pas aux utilisateurs aussi de travailler en temps réel. Les utilisateurs sont contraints de travailler avec des appareils mono fréquences, télécharger sur internet les informations nécessaires pour le post traitement des données recueillies sur le terrain afin d'avoir une précision centimétrique. Cette situation est déplorable vue la couverture de presque tout le territoire national par les réseaux téléphoniques 3G. Les stations permanentes avec le matériel déjà installé ont la possibilité de

transmettre des données par Internet à partir d'une adresse IP. Ceci est très pratique pour un traitement en temps réel. Pour maximiser les avantages que lui procure la technologie du positionnement par satellites (GNSS) et les récepteurs NetR5, le Bénin doit mettre à jour ses stations permanentes afin de passer au RTN (réseau GNSS RTK en temps réel). Dans le RTN, un ensemble de stations de référence ou de base collecte des données GNSS et les transmettent en temps réel à un système de traitement central. Ce système compile les données provenant de toutes les stations de référence (ou d'un sous-ensemble) et calcule une solution de réseau. Les erreurs d'observation et leurs corrections sont calculées à partir de cette solution de réseau, puis transmises aux récepteurs mobiles travaillant dans les limites du RTN. Autrement dit, les stations au sein du RTN transmettent des données par Internet à partir d'une adresse IP. Ces données permettront d'effectuer des travaux de positionnement centimétrique en temps réel. Les utilisateurs de données géo-référencées pourront ainsi, avec un seul récepteur GNSS (GPS ou GPS+GLONASS) bi-fréquences muni d'un modem par téléphone cellulaire, relever ou implanter tout détail physique avec une précision de quelques centimètres [1].

Le principe du réseau GNSS RTK apporte bien des avantages :

- Les corrections contiennent beaucoup moins d'erreurs systématiques et permettent de faire des lignes de base bien plus longues avec plus de fiabilité. En effet avec la mesure GPS classique RTK, la distance entre le mobile GPS de l'utilisateur et la station de référence ne doit pas excéder 15-20km (limites radio). Au-delà, les erreurs systématiques deviennent trop grandes et les mesures ne sont pas acceptables ;
- Le temps d'initialisation est nettement raccourci ;
- En cas de panne de l'une des stations de références, les corrections de la station la plus proche seraient alors envoyées à l'utilisateur ;
- Plus besoin d'installer le pivot (base) avant de commencer, ni de le déplacer si la portabilité n'est pas bonne.

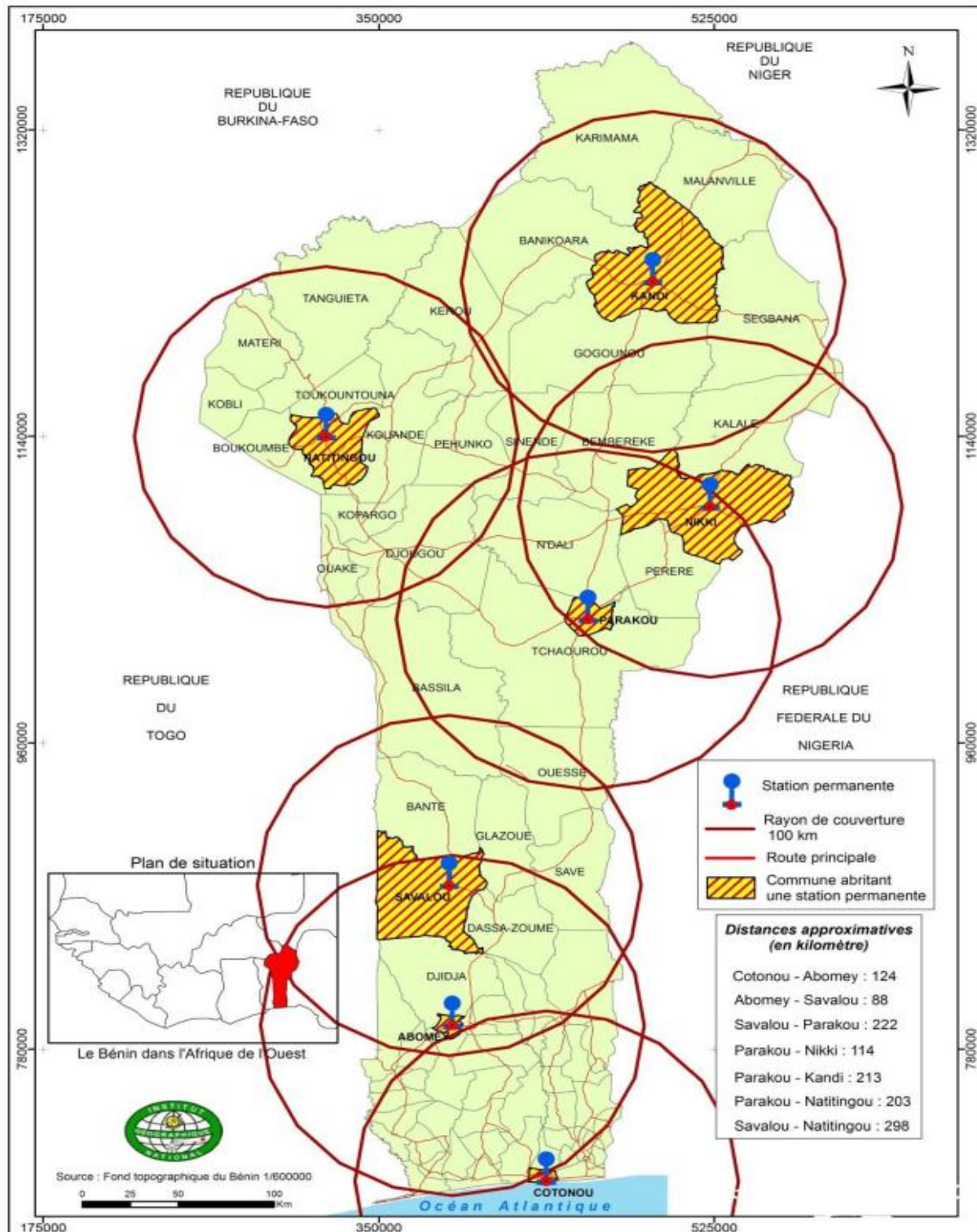
Le signal qui contient les données pourra être accessible à la communauté géomatique. La portée dépend de la couverture téléphonique, des conditions ionosphériques et surtout des instruments utilisés. Plusieurs solutions techniques RTN sont utilisées, telles que la méthode de station de référence virtuelle (SRV), le concept d'auxiliaire principal (MAC) et le Flächen Korrektur Parameter (FKP [paramètre de correction de zone])

La figure 3 illustre le mode de fonctionnement RTN par la méthode de station de référence virtuelle (SRV). Il ressort de l'analyse de la figure 3 qu'au point [2] :

- 1- Les données des stations de références sont envoyées aux serveurs toutes les secondes ;
- 2- Lorsque l'utilisateur vient s'identifier dans le réseau, il transmet sa position aux serveurs en utilisant la position de navigation de son récepteur GPS mobile ;
- 3- Les serveurs utilisent la position envoyée par l'utilisateur pour créer la station virtuelle en fonction de toutes les données des stations de références se situant à proximité de l'utilisateur ;
- 4- Les serveurs transmettent les informations de corrections à l'utilisateur en utilisant l'internet mobile.



Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations  
Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU



**Carte 4 :** Figure montrant le rayon de couverture des stations permanentes

**Source :** IGN-Bénin

La figure montre que les sept stations permanentes installées sur le territoire du Bénin ont chacune un rayon de couverture de 100 km. L'analyse de cette figure montrant le rayon de couverture des stations permanentes nous a permis de constater qu'une partie des communes de Bassila, de Sinendé, de Tanguiéta, de Ségbana et de Karimama reste encore non couverte par le réseau des stations permanentes.

ID	Est (Mètre)	Nord (Mètres)	Elévation (Mètre)
ABOMEY	389645.265	794027.037	223.074
COTONOU	439177.243	705758.870	10.547
KANDI	492135.398	1229773.049	294.020
NATITINGOU	322654.098	1133851.399	394.615
NIKKI	522364.589	1100030.697	394.906
PARAKOU	458894.850	1034399.330	402.004
SAVALOU	389025.702	876447.287	142.393

**Tableau 1\_ :** des coordonnées des sept stations permanentes du Benin

Source : IGN-Benin

## II.2. La Géodésie Spatiale

Tout comme la géodésie classique est la science qui traite des méthodes de détermination de la forme, des dimensions de la terre ainsi que les coordonnées d'un certain nombre de points dits géodésiques devant servir d'ossature pour les travaux de levés topographiques, la géodésie spatiale est une des branches de la Géodésie qui traite l'ensemble des techniques de mesure et de traitement offrant un intérêt géodésique et dans lesquelles interviennent un ou plusieurs points situés en dehors du voisinage immédiat de la surface terrestre.

Les deux sciences se différencient par sur des points à savoir :

- La géodésie spatiale a permis d'avoir un modèle plus proche de la terre et l'obtention d'un ellipsoïde mondial c'est à dire la réalisation de réseaux mondiaux avec une précision, en absolu, meilleure que le centimètre et la détermination de mouvements de points de l'ordre du millimètre par an ;
- La mise en œuvre de la méthode spatiale est plus simple sur le terrain que les méthodes terrestres ;
- La géodésie spatiale permet l'obtention de coordonnées géométriques tridimensionnelles ;
- De par son utilisation des points éloignés de la terre, la géodésie spatiale permet de s'affranchir du problème de l'inter visibilité des points géodésiques : une des plus grandes contraintes de la géodésie classique ;
- Les méthodes spatiales bénéficient d'une précision globale, ce qui n'affecte aucunement la valeur du réseau géodésique lors de son extension et lors des jonctions des divers réseaux ;
- La rapidité dans l'exécution des tâches et une main d'œuvre plus réduite dans l'application de la géodésie spatiale.

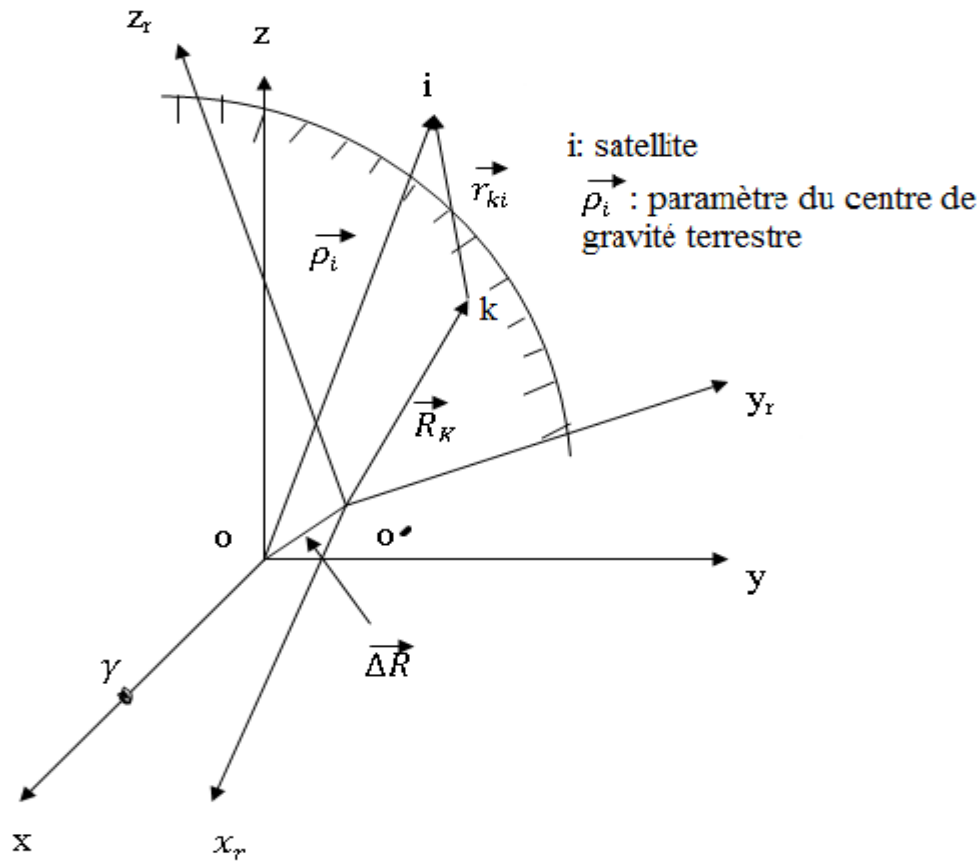
Les méthodes de la géodésie spatiale peuvent être classifiées en deux grandes familles : les méthodes géométriques et les méthodes dynamiques.

La géodésie spatiale est basée sur l'équation fondamentale suivante :

Avec  $\rho$  = rayon vecteur du satellite ;

$R$  = rayon vecteur d'un point à la surface de la terre ;

$i$  = le satellite et  $r$  = la valeur mesurée à partir de la position  $k$  de la terre.



**Figure 6:** Figure montrant un satellite en orbite

### II.2.1. Les techniques de la Géodésie spatiale

La géodésie spatiale regroupe des techniques utilisant des objets n'appartenant pas au voisinage immédiat de la Terre. Ces objets peuvent être des étoiles, des objets du système solaire (Lune), des radiosources extragalactiques, des satellites artificiels. On peut dire que l'astronomie est la plus ancienne technique de la géodésie spatiale, car l'astronomie géodésique (dite aussi de position) a pour but de déterminer des positions ou des directions à la surface de la Terre à partir d'observations d'objets célestes (étoiles, planètes, etc...). Maintenant dépassée par les techniques spatiales (en particulier sur satellites) cette technique a longtemps été utilisée pour se positionner de manière absolue

sur la Terre comme par exemple pour la navigation en plein océan, ou dans les déserts. Elle a été la technique fondamentale pour la construction des premiers réseaux géodésiques fournissant les coordonnées de départ des réseaux (point fondamental) ainsi que l'orientation et la réorientation des triangulations (points de Laplace)

La technique de photographie sur fond d'étoiles, qui consiste à prendre des photos simultanées en des lieux différents d'un pot lumineux (puis de satellites) en repérant les positions sur le cliché par rapport aux étoiles est une transition entre les techniques astronomiques et les techniques spatiales qui elles sont basées sur des mesures sur des ondes électromagnétiques se propageant entre l'objet de l'espace et des points de la Terre. L'objet le plus souvent utilisé étant le satellite artificiel. On évoquera aussi des techniques très scientifiques comme le Laser et le VLBI (Very Long Base Interferometry) car elles interviennent dans la réalisation du système de référence géodésique mondial.

Les données géodésiques sont disponibles à partir des quatre techniques fondamentales de la géodésie spatiale : VLBI, SLR, GPS et DORIS. Mais notons la technique GNSS qui regroupe la constellation GPS ainsi que trois autres constellations tels que GLONASS des Russes, Galileo des européens et Beidou des chinois. Nous allons présenter cette technique avec ses avantages et inconvénients. [1]

## **II.2.2. La technique GNSS « Système Global de Positionnement par Satellite »**

### ***II.2.2.1. Historique, Définition***

Au tout début, la navigation se faisait principalement à l'aide des astres célestes, que ce soit les étoiles, le soleil ou la lune, ou encore à l'aide de repères le long des côtes. Cependant, de telles méthodes s'avèrent plutôt difficiles en haute mer vu l'absence de point de repère et puisqu'aucun dispositif n'avait encore été développé pour mesurer le temps avec précision.

« Depuis des siècles, écrivait en 2001 Annick Haudebourg (chargée de projet au Syndicat des transports d'Ile-de-France) dans Les cahiers du Numérique, l'homme s'est tourné vers le ciel pour trouver son chemin. Les étoiles et le soleil fournissaient une source d'information providentielle et fiable aux premiers explorateurs et marins qui s'aventuraient dans des contrées inconnues. Aujourd'hui, le ciel offre de nouveaux moyens pour naviguer, ce sont les satellites de navigation »

L'acronyme GNSS (Global Navigation Satellite System) désigne l'ensemble des systèmes mondiaux de radio-positionnement par satellite.

On appelle GNSS les systèmes mondiaux (ou Globaux) de positionnement (localisation) ou de navigation basée non seulement sur le traitement des signaux radioélectriques en provenance d'une ou plusieurs constellations de satellites artificiels en orbite autour de la Terre, mais aussi sur des systèmes de renforcement qui augmentent la performance desdites constellations de base pour la phase effective d'exploitation.

Les GNSS permettent de fournir à un utilisateur par l'intermédiaire de récepteurs embarqués pourvus d'un contrôle de l'intégrité du système, sa position 3D, sa vitesse 3D et l'heure, n'importe quand, n'importe où sur la Terre ou dans son voisinage et quel que soit la météo et à un faible coût dans un référentiel global. [7]

### **Le système NAVSTAR GPS des américains**

GPS (Global Positioning System) est un système de navigation développé par le ministère de la défense des USA dans les années 1970 et pleinement opérationnel dès 1991. C'est un système descendant, le signal émis du satellite est reçu par un récepteur au sol, la précision dépend des récepteurs utilisés en navigation, de quelques mètres à quelques millimètres (pour les récepteurs utilisés en géodésie). La composante verticale peut atteindre une précision d'environ 5 mm, et les composantes horizontales arrivent jusqu'à 2 mm, cette



différence de précision est due à la modélisation de contenu en vapeur d'eau dans l'atmosphère.

Il existe aujourd'hui un grand nombre de réseaux GPS nationaux et internationaux grâce au faible coût des récepteurs GPS. En plus de la possibilité d'avoir un récepteur GPS peu onéreux, nous pouvons l'utiliser en mode de surveillance sous forme de station permanente ou semi permanente, fixe ou mobile. Cette mobilité nous permet de mesurer presque partout sur la surface du globe, tout en étant très précis si besoin est.

### **Le système GLONASS, système russe.**

GLONASS : Global Navigation Satellite System. Comme tous les systèmes de positionnement par satellites, GLONASS est composé de trois parties :

- la partie spatiale est constituée de 24 satellites, répartis sur trois plans orbitaux à une altitude de 19 100 km parcourue en 11 heures 15 minutes 44 secondes. A la différence du système GPS, les satellites de la constellation, vus du sol, se retrouvent à la même place dans le ciel après huit jours sidéraux. Huit satellites sont prévus pour chaque plan orbital ;
- la partie au sol est composée de cinq stations de contrôle, la principale se trouve à Krasnoznamensk dans la région de Moscou ;
- la partie utilisateur, qui réunit l'ensemble des récepteurs utilisant les signaux des satellites.

GLONASS utilisait initialement le système géodésique russe PZ-90 qui est sensiblement différent du système WGS 84; comme les paramètres de transformation entre les deux systèmes géodésiques n'étaient pas connus précisément, il convenait de bien faire attention aux systèmes auxquels on se référait. En septembre 2007 le système a été adapté et mis à jour. Appelé PZ-90.02 il est en accord avec le système ITRF2000, auquel se conforme WGS84. Depuis peu, le signal GLONASS est utilisé dans le domaine civil par les

géomètres et les topographes qui se servent de récepteurs satellites compatibles avec les signaux GPS et les signaux GLONASS.

### **Le système GALILEO, système européen.**

Ce système de positionnement par satellite est destiné à supprimer la dépendance de l'Europe vis-à-vis du système américain, le GPS. Cette indépendance est importante, car le GPS souffre de nombreuses restrictions sur la précision du positionnement (de l'ordre de 10 mètres pour le signal gratuit), sur la fiabilité ou sa continuité (le positionnement peut être impossible dans certaines zones du globe et/ou à certains moments, pour des raisons techniques ou/et politiques).

Les satellites du système GALILEO sont placés sur une orbite circulaire à 23200 km, inclinée à 56°, parcourue en 14 h 06 min. Un satellite retrouve la même position dans le ciel tous les 17 jours sidéraux. Galileo complémentaire avec le système EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service ou Service Européen de Navigation+).

### **SBAS (Satellite Based Augmentation System)**

Les systèmes équivalents de EGNOS sont : WAAS (Wide Area Augmentation System) pour les Etats-Unis, CWAAS pour le Canada, et MSAS ( Multifunctional Transport Satellite Space-Based Augmentation System) pour le Japon. Le système SNAS (Satellite Navigation Augmentation System) de la Chine entre dans cette catégorie. L'Inde a également entrepris d'implanter son propre système GAGAN (GPS And GEO Augmented Navigation. Gagan signifie : le ciel). Tous ces systèmes dénommés SBAS (Satellite Based Augmentation System) sont compatibles entre eux, ce qui permet aux équipements (compatibles) GPS d'utiliser l'apport du WAAS, du MSAS et de EGNOS sur leurs continents respectifs.



#### **II.2.2.2. Généralité, Description du GNSS**

##### **II.2.2.2.1. Objectifs du GNSS**

Obtenir une position et une vitesse :

- A tout instant ;
- En tout endroit ;
- Dans un système de référence mondial.

##### **II.2.2.2.2. Trois segments qui composent le système GNSS**

Le segment spatial : composé par l'ensemble des satellites en orbite, qui envoient des signaux sur différentes fréquences en direction de la terre ;

Le segment de contrôle : composé par l'ensemble des infrastructures au sol qui assurent le contrôle et le bon fonctionnement du système ;

Gestion physique de la constellation

Calcul des données nécessaires au bon fonctionnement du système (dérives des horloges, position satellite...)

Le segment utilisateur : composé par l'ensemble des utilisateurs du système.

##### **II.2.2.2.3. Avantages du système GNSS**

Les GNSS :

- \*font des mesures entre des points non visibles entre eux ;
- \*permettent de fournir à l'utilisateur par l'intermédiaire de récepteur, sa position 3D, sa vitesse 3D et l'heure à faible coût dans un référentiel global avec une très grande précision selon les applications ;
- \*fonctionnent 24h/24 quelles que soient les conditions météorologiques et fonctionnent partout dans le monde ;

➤ Les contraintes des systèmes GNSS

Obligation de capter les ondes d'au moins 4 satellites ;

Système dépendant des autorités responsable ; intégralité des données diffusées insuffisantes dont une performance limitée pour certains services opérationnels.

➤ Les signaux du système GNSS

Code pseudo-aléatoires ;

Ondes porteuses ;

Message de navigation.

➤ Les sources d'erreurs des GNSS

Les erreurs satellitaires ;

Les erreurs atmosphériques ;

L'environnement de la mesure ;

Erreurs dû au récepteur.

### ***II.2.2.3. Les mesures par GNSS***

#### **II.2.2.3.1. Le mode de positionnement différentiel**

Pour cela, il est nécessaire de disposer d'au moins deux récepteurs qui observent simultanément la constellation de satellites. Les observations sont comparées pour déduire la position relative des deux récepteurs. L'un des récepteurs est pris comme référence, ses coordonnées étant alors supposées connues. La position du deuxième récepteur est ensuite exprimée relativement aux coordonnées du premier récepteur référence.

Cette méthode de positionnement peut se baser sur des mesures de code ou de phase, pour des temps d'observations allant de quelques secondes à plusieurs jours.

- **Mesure de code**

Le mode du positionnement différentiel utilisant des mesures de code est nommé DGNSS (pour Différentiel GNSS). Il ne fait pas la distinction entre un utilisateur mobile ou fixe et entre un calcul en temps réel ou en temps différé.

- **Mesure de phase**

On distingue deux modes de positionnement différentiel utilisant la phase suivant que le calcul soit en temps réel ou en temps différé :

Le mode de positionnement différentiel par mesure de phase en temps réel est appelé mode RTK (Real Time Kinematic). La position du récepteur, fixe ou mobile, est déterminée à partir des données d'éphémérides radiodiffusées par satellites. [7]

Le mode de positionnement différentiel par mesure de phase en temps différé regroupe deux techniques : le mode géodésique (ou mode statique) qui permet de déterminer la position d'un récepteur statique, et le mode cinématique, qui permet de calculer en temps différé les positions successives d'un utilisateur mobile.

La différence fondamentale d'approche entre ces deux techniques réside dans la résolution des ambiguïtés entières. En effet, le mode statique, l'utilisateur reste stationné sur un point pendant une durée suffisamment longue et les ambiguïtés sont constantes dans le temps. Le mode géodésique est utilisé pour la mise en place des réseaux permanents.

Le mode cinématique est basé sur la mesure de phase d'au moins quatre satellites et c'est une méthode différentielle. Le principe consiste à commencer par résoudre les ambiguïtés par une initialisation, puis ensuite stationner des points quelques secondes en conservant le signal sur les satellites durant les trajets, et donc les mêmes ambiguïtés. Cette méthode est très bien adaptée aux levés topométriques, ou à des trajectoires précises de véhicule. L'inconvénient est que tout obstacle interrompant le signal oblige à réinitialiser.

Dans le mode opératoire une station est fixe, l'autre mobile avec deux variantes : mode cinématique continu où les calculs de coordonnées de points sont faits à intervalles de temps définis (trajectoire), ou STOP and GO où les observations sont enregistrées sur des points précis, et le signal gardé en cheminant entre les points. La précision est de  $2\text{mm} + 2 \cdot 10^{-6}D$ . [3]

#### II.2.2.3.2. Les facteurs de dilution de la précision

Connaissant les positions des satellites à l'heure d'émission des signaux, et les pseudo distances mesurées (éventuellement corrigées de divers facteurs liés notamment à la propagation des ondes), le calculateur du récepteur est en mesure de résoudre un système d'équations dont les quatre inconnues sont la position du récepteur (trois inconnues) et le décalage de son horloge par rapport au temps GPS. Ce calcul est possible dès que l'on dispose des mesures relatives à quatre satellites ; un calcul en mode dégradé est possible avec trois satellites seulement si l'on connaît l'altitude ; lorsque plus de quatre satellites sont visibles (ce qui est très souvent le cas), le système d'équations à résoudre est surabondant : la précision du calcul est améliorée et on peut estimer les erreurs sur la position et le temps. La précision de la position obtenue dépend, toutes choses égales par ailleurs, de la géométrie du système : si les satellites visibles se trouvent tous dans un cône d'observation de faible ouverture angulaire, la précision sera évidemment moins bonne que s'ils sont répartis régulièrement dans un large cône. Les effets de la géométrie du système de mesure sur la précision sont décrits par un paramètre : le **D.O.P.** (pour Dilution Of Precision : atténuation ou diminution de la précision) : le **H.D.O.P** se réfère à la précision horizontale, le **"TDOP"** à la précision sur le temps, le **"VDOP"** à la précision sur l'altitude. La précision espérée est d'autant meilleure que le **D.O.P** est petit. La précision du positionnement va dépendre de la géométrie de distribution des satellites et les facteurs de dilution de la précision sont des paramètres issus de la matrice de variance covariance des coordonnées et du temps, qui permettent de quantifier cette distribution. [3]

VDOP= facteur de dilution de précision pour la hauteur

HDOP= facteur de dilution de précision pour la position horizontale

PDOP=	facteur de dilution de précision pour la position
TDOP=	facteur de dilution de précision pour le temps
GDOP=	facteur de dilution de précision géométrique

## **Chapitre III : cadres techniques de l'étude, Résultats et discussions**

### **III.1. Inventaire des réseaux géodésique et de nivellement de Cotonou**

L'inventaire est une opération qui consiste à rechercher et identifier les repères de nivellement et/ou de bornes géodésiques afin de vérifier leur état d'usage. Cette opération permet de faire des prévisions de réhabilitation ou de densification du réseau, la préparation des campagnes d'observation et de contrôle des données d'archives.

#### **III.1.1. Inventaire du réseau géodésique de la ville de Cotonou**

Le réseau géodésique de notre zone d'étude est constitué de :

- Une (01) borne géodésique de 1<sup>er</sup> ordre ;
- Onze (11) bornes géodésiques du 2<sup>ème</sup> ordre ;
- Une (01) station permanente CORS-GNSS.

#### **III.1.2. Inventaire du réseau géodésique de la ville d'Abomey**

Le réseau géodésique de notre zone d'étude est constitué de :

- Une (01) borne géodésique de 1<sup>er</sup> ordre ;
- Cinq (05) bornes géodésiques du 2<sup>ème</sup> ordre ;
- Une (01) station permanente CORS-GNSS.

### **III.1.3. Inventaire du réseau géodésique de la ville de Parakou**

Le réseau géodésique de notre zone d'étude est constitué de :

- Une (01) borne géodésique de 1<sup>er</sup> ordre ;
- Onze (11) bornes géodésiques du 2<sup>ème</sup> ordre ;
- Une (01) station permanente CORS-GNSS.

### **III.1.4. Les travaux de relevés planimétriques sur le terrain**

La détermination des positions des points s'est effectuée par des techniques de positionnement spatial GPS en mode statique, puis post-traitement au Bureau sous le logiciel TBC.

### **III.1.5. Point de base – Station permanente**

La station permanente CORS-GNSS de Cotonou (BJCO) du Bénin a été utilisée comme base de référence car elle couvre la zone d'étude et permet l'accès direct et fiable au RGB (et donc à l'ITRF), puisqu'elle fait partie du Réseau GNSS Permanent fédéré et géré par l'IGN Bénin. En plus de la station BJCO, les autres stations GNSS existantes à proximité (la station permanente d'Abomey et celle de Parakou) et présentées précédemment ont servi de station de contrôle et de validation des calculs effectués. Les différentes observations effectuées sur les trois stations permanentes seront aussi combinées afin de faciliter les comparaisons.

#### **III.1.5.1. Observation GPS mode statique**

La composante verticale est la plus délicate à obtenir par techniques de mesure GNSS et sa précision est moins bonne que la précision que l'on obtient sur la composante planimétrique. Aussi, afin d'obtenir des précisions centimétriques

sur la hauteur ellipsoïdale, a-t-il été nécessaire de procéder à des observations de longue durée en respectant les prescriptions d'usage comme l'absence de masque, l'absence d'interférences radioélectriques, la précision de la constellation, etc...

Les observations ont été menées en mode statique avec une antenne de qualité géodésique et des récepteurs GPS bi-fréquence TRIMBLE R7 et TRIMBLE R8. Des sessions de 3 heures ont été réitérées au minimum une fois afin d'atteindre et de valider le niveau de précision souhaité.

Le positionnement en mode statique permet de déterminer les coordonnées précises, voire très précises (classe de précision inférieure à 2 cm) d'un point ou de plusieurs points stationnés quelques minutes afin de matérialiser très exactement la référence nationale sur un chantier. Elle peut donc être utilisée pour :

- Effectuer le contrôle absolu d'un lever obtenu par méthodes topographiques tierces (GNSS cinématiques de type RTK, NRTK, NPPK, PPK, Station optique).
- Déterminer les points d'appui d'un canevas local : mise en référence d'un pivot RTK ou d'un lever obtenu par méthodes optiques (topométriques) ou photogrammétriques
- Suivre précisément l'évolution des coordonnées d'un point.

Le récepteur GNSS en mode statique consiste à observer l'information de phase en deux points (au moins) pendant une longue durée (d'une à plusieurs heures selon le type d'application). L'intérêt des temps d'observation longs est de pouvoir tirer parti des évolutions de la géométrie de la constellation, contribuant ainsi à une meilleure résolution des ambiguïtés entières et à une amélioration de la solution.

La méthode du statique "multi-stations" permet d'aller au bout de ce qu'il est possible d'obtenir par méthodes GNSS, tant en terme d'exactitude que de précision : cette méthode permet en effet de déterminer les coordonnées très



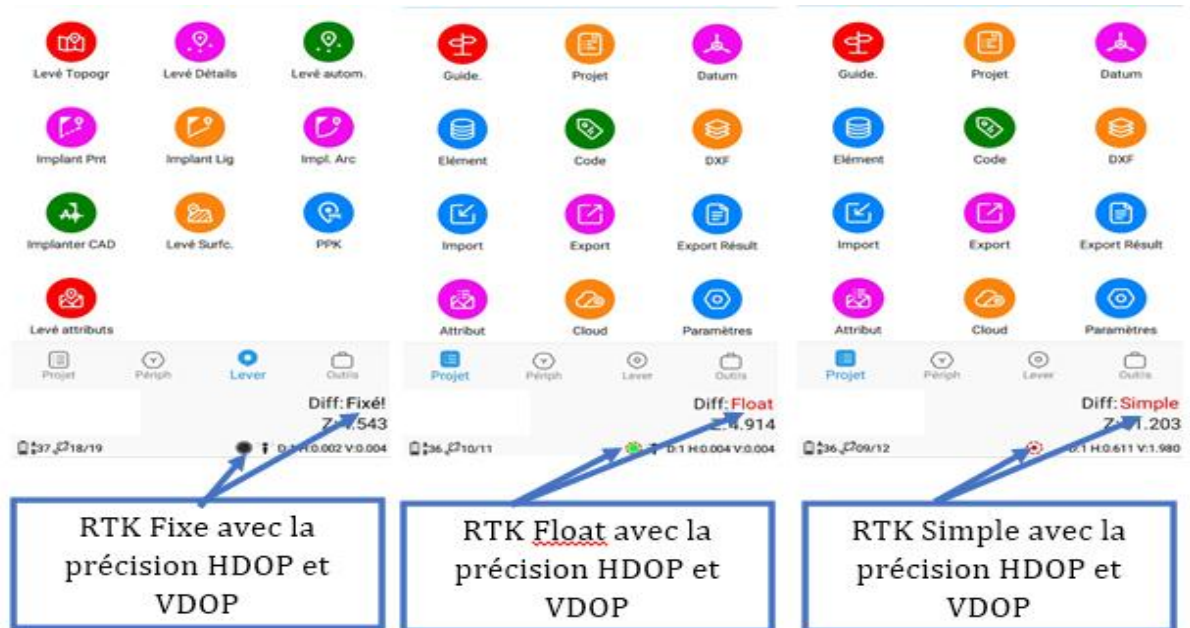
précises (classe de précision inférieure à 2 cm avec des logiciels “commerciaux”) voire extrêmement précises (classe de précision infra-centimétrique en prenant certaines précautions et avec des logiciels “scientifiques”) de points stationnés de quelques dizaines de minutes ou dizaines d’heures (précision 3D à  $1\sigma$ ). Cette méthode peut donc être utilisée pour :

- Mettre en référence une station de référence pseudo-permanente (ou base ou pivot) afin de réaliser un lever suivant la méthode statique du “pivot central” ou les méthodes cinématiques RTK ou PPK “pivot libre” (se référer aux deux fiches afférentes du document “Méthodes de travail dans les réseaux GNSS” pour de plus amples informations).
- Mettre en référence un lever obtenu par méthodes optiques (topométriques) ou photogrammétriques en déterminant les coordonnées des points d’appui d’un canevas local.
- Effectuer le contrôle absolu d’un lever obtenu par méthodes topographiques tierces (GNSS cinématiques de type RTK, PPK, NRTK, NPPK, – GNSS statiques de type “pivot central” ou “station virtuelle” – Station optique)
- Suivre très précisément l’évolution des coordonnées d’un point.

### **Les modes de RTK**

RTK utilise une formule ou un algorithme mathématique complexe pour calculer le nombre exact de longueurs d'onde radio entre les satellites et l'antenne de la station de base un processus connu sous le nom de résolution d'ambiguïté et produire une solution fixe ou flottante. Dans une solution fixe, le nombre de longueurs d'onde est un nombre entier, ou entier, et l'algorithme est contraint de produire un nombre entier. Un faible nombre de satellites visibles, une mauvaise géométrie de la constellation des satellites et une mauvaise liaison radio entre la station de base et le mobile peuvent empêcher une solution fixe.

Dans une solution flottante, l'algorithme ne fournit pas de solution fixe acceptable, donc l'ambiguïté est autorisée à être un nombre décimal ou à virgule flottante. Si une solution flottante est la seule solution disponible, il peut être possible de réinitialiser un système RTK, ou simplement d'attendre, pour une solution fixe plus précise. Cependant, si une mauvaise visibilité satellite est à blâmer, une solution fixe peut ne pas être disponible.



**Figure**

**Figure 7:** Vue montrant les trois types de RTK

### ***III.1.5.2. La détermination des coordonnées planimétriques***

La détermination des coordonnées planimétriques (X, Y) et des hauteurs ellipsoïdales ont été possible à l'aide du logiciel Trimble Business Center (TBC). Les tolérances utilisées sont définies par l'étude compte des objectifs.

**La tolérance horizontale** = +/- 0.020m

### III.2. Résultats attendus

Les résultats doivent comporter les différents facteurs qui influencent les données afin de ressortir l'importance de l'utilisation du récepteur GNSS en mode statique pour certains travaux.

#### III.2.1. Base sur le site d'APLAHOUE

##### III.2.1.1. Résultats issus des observations résultantes de la station permanente de Cotonou

De :	BJCO				
<b>Grille,m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	439177,058	<b>Latitude</b>	N6°23'04,78382"	<b>Latitude</b>	N6°23'04,78382"
<b>Ordonnée</b>	705758,727	<b>Longitude</b>	E2°27'00,06951"	<b>Longitude</b>	E2°27'00,06951"
<b>Altitude</b>	7,573	<b>Hauteur</b>	30,699 m	<b>Hauteur</b>	30,699 m

#### BJCO - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJCO --- P1 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0113 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0491 m
<b>RMS :</b>	0,0228 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,763

<b>Seuil maximal:</b> P1					
<b>Grille,m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	352915,979	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32384"	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32384"
<b>Ordonnée</b>	767977,571	<b>Longitude</b>	E1°40'06,96905"	<b>Longitude</b>	E1°40'06,96905"
<b>Altitude</b>	185,303	<b>Hauteur</b>	211,636 m	<b>Hauteur</b>	211,636 m
<b>Erreurs de vecteurs :</b>					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0076 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0489 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0070 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0080 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0083 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0491 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0491 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0077 m

**BJCO - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJCO --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0112 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0427 m
<b>RMS :</b>	0,0226 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,702

Seuil maximal: P2					
Grille,m		Local		Global	
<b>Abscisse</b>	354206,744	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39555"	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39555"
<b>Ordonnée</b>	766409,672	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16577"	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16577"
<b>Altitude</b>	114,431	<b>Hauteur</b>	140,749 m	<b>Hauteur</b>	140,749 m
Erreurs de vecteurs :					
<b><math>\sigma \Delta</math>Est</b>	0,0075 m	<b><math>\sigma</math> NS avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta</math>X</b>	0,0425 m
<b><math>\sigma \Delta</math>Nord</b>	0,0066 m	<b><math>\sigma</math> Dist. d'ellipsoïde</b>	0,0079 m	<b><math>\sigma \Delta</math>Y</b>	0,0082 m
<b><math>\sigma \Delta</math>Altitude</b>	0,0427 m	<b><math>\sigma \Delta</math>Hauteur</b>	0,0427 m	<b><math>\sigma \Delta</math>Z</b>	0,0073 m

**Conclusion 1 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Cotonou nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **11 à 12 mm** soit **1,5cm** au maximum. Notons que ces écarts répondent à la norme de la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm** suivant l'arrêté du 30 octobre 2009 N°0068 / MUHRFLEC / DC / SGM / IGN / DGURF / SA et fixant les normes et spécification technique applicable aux travaux topographiques et cartographiques en République du Bénin.

### III.2.1.2. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente d'Abomey

<b>De :</b>	BJAB				
<b>Grille, m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	389645,265	<b>Latitude</b>	N7°10'56,44639"	<b>Latitude</b>	N7°10'56,44639"
<b>Ordonnée</b>	794027,037	<b>Longitude</b>	E2°00'01,90159"	<b>Longitude</b>	E2°00'01,90159"
<b>Altitude</b>	217,534	<b>Hauteur</b>	243,752 m	<b>Hauteur</b>	243,752 m

#### BJAB - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)

**Observation de ligne de base :** BJAB --- P1 (B1)  
**Traité :** Secondes intercalaires invalides  
**Type de solution :** Fixe  
**Fréquence utilisée :** Double fréquence)  
**Précision horizontale :** 0,0102 m  
**Précision verticale :** 0,0379 m  
**RMS :** 0,0310 m  
**PDOP maximum :** 1,560

<b>Seuil maximal:</b> P1					
<b>Grille,m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	352915,950	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32418"	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32418"
<b>Ordonnée</b>	767977,582	<b>Longitude</b>	E1°40'06,96810"	<b>Longitude</b>	E1°40'06,96810"
<b>Altitude</b>	185,221	<b>Hauteur</b>	211,555 m	<b>Hauteur</b>	211,555 m
<b>Erreurs de vecteurs :</b>					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0067 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0375 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0072 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0069 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0063 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0379 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0379 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0094 m

**BJAB - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJAB --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0088 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0312 m
<b>RMS :</b>	0,0281 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,522

Seuil maximal: P2					
Grille,m		Local		Global	
<b>Abscisse</b>	354206,706	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39588"	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39588"
<b>Ordonnée</b>	766409,682	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16453"	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16453"
<b>Altitude</b>	114,387	<b>Hauteur</b>	140,705 m	<b>Hauteur</b>	140,705 m
Erreurs de vecteurs :					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0059 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0309 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0060 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0062 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0056 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0312 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0312 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0076 m

**Conclusion 2 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Abomey nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **9 à 10 mm** soit **1cm** au maximum. Notons que ces écarts répondent à la norme de la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm**



### III.2.1.3. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente de Parakou

<b>De :</b>	BJPA				
<b>Grille, m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	458894,850	<b>Latitude</b>	N9°21'27,02370"	<b>Latitude</b>	N9°21'27,02370"
<b>Ordonnée</b>	1034399,330	<b>Longitude</b>	E2°37'32,34773"	<b>Longitude</b>	E2°37'32,34773"
<b>Altitude</b>	399,054	<b>Hauteur</b>	423,891 m	<b>Hauteur</b>	423,891 m

#### BJPA - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)

**Observation de ligne de base :** BJPA --- P1 (B1)  
**Traité :** Secondes intercalaires invalides  
**Type de solution :** Fixe  
**Fréquence utilisée :** Double fréquence)  
**Précision horizontale :** 0,0217 m  
**Précision verticale :** 0,0473 m  
**RMS :** 0,0216 m  
**PDOP maximum :** 1,697

<b>Seuil maximal:</b> P1					
<b>Grille, m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	352916,018	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32288"	<b>Latitude</b>	N6°56'45,32288"
<b>Ordonnée</b>	767977,542	<b>Longitude</b>	E1°40'06,97031"	<b>Longitude</b>	E1°40'06,97031"
<b>Altitude</b>	185,219	<b>Hauteur</b>	211,553 m	<b>Hauteur</b>	211,553 m

<b>Erreurs de vecteurs :</b>					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0151 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0467 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0090 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0112 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0153 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0473 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0473 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0117 m

**BJPA - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJPA --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0129 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0492 m
<b>RMS :</b>	0,0199 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,698

Seuil maximal: P2					
Grille,m		Local		Global	
<b>Abscisse</b>	354206,733	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39530"	<b>Latitude</b>	N6°55'54,39530"
<b>Ordonnée</b>	766409,664	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16544"	<b>Longitude</b>	E1°40'49,16544"
<b>Altitude</b>	114,525	<b>Hauteur</b>	140,843 m	<b>Hauteur</b>	140,843 m
Erreurs de vecteurs :					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0073 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0485 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0082 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0089 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0084 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0492 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0492 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0108 m

**Conclusion 3 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Parakou nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **13 à 22 mm** soit **1,5cm** au maximum. Notons que ces écarts répondent à la norme de la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm**

#### III.2.1.4. Résultat issus des observations résultantes de la combinaison des trois stations permanentes

ID de point	Abscisse, m	Nord, m	Altitude, m
<u>BJAB</u>	389645,265	794027,037	217,534
<u>BJCO</u>	439177,058	705758,727	7,573
<u>BJPA</u>	458894,850	1034399,330	399,054
<b>P1</b>	<b>352915,970</b>	<b>767977,569</b>	<b>185,077</b>
<b>P2</b>	<b>354206,723</b>	<b>766409,677</b>	<b>114,261</b>

Tableau 2 : Combinaison des trois stations

#### III.2.2. Base sur le site de HOUEYOGBE

##### III.2.2.1. Résultats issus des observations résultantes de la station permanente de Cotonou

De :	BJCO				
	<b>Grille, m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>
<b>Abscisse</b>	439177,058	<b>Latitude</b>	N6°23'04,78382"	<b>Latitude</b>	N6°23'04,78382"
<b>Ordonnée</b>	705758,727	<b>Longitude</b>	E2°27'00,06951"	<b>Longitude</b>	E2°27'00,06951"
<b>Altitude</b>	7,573	<b>Hauteur</b>	30,699 m	<b>Hauteur</b>	30,699 m

#### BJCO - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJCO --- P1 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0103 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0288 m
<b>RMS :</b>	0,0171 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,806

Seuil maximal: P1		
Grille,m	Local	Global

Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations  
Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU

<b>Abscisse</b>	372863,599	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55657"	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55657"
<b>Ordonnée</b>	728220,154	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97042"	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97042"
<b>Altitude</b>	71,417	<b>Hauteur</b>	96,975 m	<b>Hauteur</b>	96,975 m

**Erreurs de vecteurs :**

$\sigma \Delta Est$	0,0072 m	$\sigma NS \text{ avant Azimut}$	0°00'00,0"	$\sigma \Delta X$	0,0289 m
$\sigma \Delta Nord$	0,0047 m	$\sigma Dist. d'ellipsoïde$	0,0072 m	$\sigma \Delta Y$	0,0071 m
$\sigma \Delta Altitude$	0,0288 m	$\sigma \Delta Hauteur$	0,0288 m	$\sigma \Delta Z$	0,0046 m

**BJCO - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJCO --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0138 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0381 m
<b>RMS :</b>	0,0217 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,723

<b>Seuil maximal:</b>		P2			
<b>Grille, m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	375450,366	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77046"	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77046"
<b>Ordonnée</b>	726439,484	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32450"	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32450"
<b>Altitude</b>	75,869	<b>Hauteur</b>	101,319 m	<b>Hauteur</b>	101,319 m

**Erreurs de vecteurs :**

$\sigma \Delta Est$	0,0097 m	$\sigma NS \text{ avant Azimut}$	0°00'00,0"	$\sigma \Delta X$	0,0382 m
$\sigma \Delta Nord$	0,0062 m	$\sigma Dist. d'ellipsoïde$	0,0097 m	$\sigma \Delta Y$	0,0095 m
$\sigma \Delta Altitude$	0,0381 m	$\sigma \Delta Hauteur$	0,0381 m	$\sigma \Delta Z$	0,0063 m

**Conclusion 4 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Cotonou nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **10 à**

**14 mm** soit **1,2cm** au maximum. Notons que ces écarts répondent à la norme  
 bde la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm**

**III.2.2.2. Résultat issus des observations résultantes de la station  
 permanente d'Abomey**

<b>De :</b>	BJAB				
<b>Grille,</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	389645,265	<b>Latitude</b>	N7°10'56,44639"	<b>Latitude</b>	N7°10'56,44639"
<b>Ordonnée</b>	794027,037	<b>Longitude</b>	E2°00'01,90159"	<b>Longitude</b>	E2°00'01,90159"
<b>Altitude</b>	217,534	<b>Hauteur</b>	243,752 m	<b>Hauteur</b>	243,752 m

**BJAB - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

**Observation de ligne de base :** BJAB --- P1 (B1)  
**Traité :** Secondes intercalaires invalides  
**Type de solution :** Fixe  
**Fréquence utilisée :** Double fréquence)  
**Précision horizontale :** 0,0438 m  
**Précision verticale :** 0,0393 m  
**RMS :** 0,0186 m  
**PDOP maximum :** 1,806

<b>Seuil maximal: P1</b>					
<b>Grille,m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	372863,592	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55660"	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55660"
<b>Ordonnée</b>	728220,155	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97017"	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97017"
<b>Altitude</b>	71,414	<b>Hauteur</b>	96,971 m	<b>Hauteur</b>	96,971 m

**Erreurs de vecteurs :**

<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0178 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0355 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0254 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0290 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0190 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0393 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0393 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0299 m

**BJAB - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJAB --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0568 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0273 m
<b>RMS :</b>	0,0218 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,723

Seuil maximal: P2					
Grille,m		Local		Global	
<b>Abscisse</b>	375450,351	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77038"	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77038"
<b>Ordonnée</b>	726439,482	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32401"	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32401"
<b>Altitude</b>	75,833	<b>Hauteur</b>	101,283 m	<b>Hauteur</b>	101,283 m
Erreurs de vecteurs :					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0316 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,1"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0302 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0277 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0326 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0311 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0273 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0273 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0251 m

**Conclusion 5 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Parakou nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **44 à 57 mm** soit **5 cm** au maximum. Notons que ces écarts ne répondent pas à la norme de la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm**



### III.2.2.3. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente de Parakou

<b>De :</b>	BJPA				
<b>Grille</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	458894,850	<b>Latitude</b>	N9°21'27,02370"	<b>Latitude</b>	N9°21'27,02370"
<b>Ordonnée</b>	1034399,330	<b>Longitude</b>	E2°37'32,34773"	<b>Longitude</b>	E2°37'32,34773"
<b>Altitude</b>	399,054	<b>Hauteur</b>	423,891 m	<b>Hauteur</b>	423,891 m

#### BJPA - P1 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJPA --- P1 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0475 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0363 m
<b>RMS :</b>	0,0141 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,806

<b>Seuil maximal:</b> P1					
<b>Grille,m</b>		<b>Local</b>		<b>Global</b>	
<b>Abscisse</b>	372863,621	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55737"	<b>Latitude</b>	N6°35'12,55737"
<b>Ordonnée</b>	728220,179	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97113"	<b>Longitude</b>	E1°50'59,97113"
<b>Altitude</b>	71,495	<b>Hauteur</b>	97,052 m	<b>Hauteur</b>	97,052 m
<b>Erreurs de vecteurs :</b>					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0333 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0352 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0111 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0162 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0329 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0363 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0363 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0152 m

**BJPA - P2 (Secondes intercalaires invalides-Secondes intercalaires invalides) (S1)**

<b>Observation de ligne de base :</b>	BJPA --- P2 (B1)
<b>Traité :</b>	Secondes intercalaires invalides
<b>Type de solution :</b>	Fixe
<b>Fréquence utilisée :</b>	Double fréquence)
<b>Précision horizontale :</b>	0,0612 m
<b>Précision verticale :</b>	0,0257 m
<b>RMS :</b>	0,0180 m
<b>PDOP maximum :</b>	1,823

<b>Seuil maximal:</b> P2					
Grille,m		Local		Global	
<b>Abscisse</b>	375450,269	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77107"	<b>Latitude</b>	N6°34'14,77107"
<b>Ordonnée</b>	726439,503	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32135"	<b>Longitude</b>	E1°52'24,32135"
<b>Altitude</b>	75,922	<b>Hauteur</b>	101,372 m	<b>Hauteur</b>	101,372 m

<b>Erreurs de vecteurs :</b>					
<b><math>\sigma \Delta Est</math></b>	0,0409 m	<b><math>\sigma NS</math> avant Azimut</b>	0°00'00,0"	<b><math>\sigma \Delta X</math></b>	0,0293 m
<b><math>\sigma \Delta Nord</math></b>	0,0145 m	<b><math>\sigma Dist.</math> d'ellipsoïde</b>	0,0245 m	<b><math>\sigma \Delta Y</math></b>	0,0398 m
<b><math>\sigma \Delta Altitude</math></b>	0,0257 m	<b><math>\sigma \Delta Hauteur</math></b>	0,0257 m	<b><math>\sigma \Delta Z</math></b>	0,0104 m

**Conclusion 6 :** d'après les résultats issus des observations des points P1 et P2 à partir de la station permanente de Parakou nous constatons que la base est restée en position **RTK Fixe** avec une bonne précision en facteur de dilution de précision pour la position horizontale HDOP qui présente une variation de **46 à 61 mm** soit **5,5cm** au maximum. Notons que ces écarts ne répondent pas à la norme de la tolérance qui est de l'ordre de **+/- 2cm**

#### **III.2.2.4. Résultats issus des observations résultantes de la combinaison des trois stations permanentes**

<b>ID de point</b>	<b>Abscisse, m</b>	<b>Nord, m</b>	<b>Altitude, m</b>
<u>BJAB</u>	389645,265	794027,037	217,534
<u>BJCO</u>	439177,058	705758,727	7,573
<u>BJPA</u>	458894,850	1034399,330	399,054
<b>P1</b>	<b>372863,593</b>	<b>728220,159</b>	<b>71,404</b>
<b>P2</b>	<b>375450,357</b>	<b>726439,482</b>	<b>75,818</b>

*Tableau 3:* Combinaison des trois stations

### **III.3. Traitement des Résultats**

Afin de procéder à une bonne analyse des données, nous allons utiliser la méthode des moindres carrées pour déterminer la valeur la plus probable c'est-à-dire la valeur supposée vraie. Cette dernière sera comparée aux résultats issus de la combinaison des trois (03) stations permanentes sur chacun des points.

#### **III.3.1. Rappel de la théorie des moindres carrées : Principe**

La méthode des moindres carrés est un procédé général de compensation qui s'applique à plusieurs domaines de la science outre la photogrammétrie, la géodésie, le nivellement, etc. C'est le dernier traitement des résultats de mesures géomatique.

Dans la pratique des sciences d'observations, il est d'usage de multiplier les mesures et d'effectuer un nombre de déterminations nettement supérieur aux besoins mathématiques de la résolution. En fait la surabondance des mesures s'avère indispensable car:

- ✓ Les instruments de mesure et l'observateur sont imparfaits ;

✓ Les constances du milieu physique varient au cours du temps de la mesure;

✓ Les formules utilisées comportent des paramètres approchés.

De ce fait des anomalies subsistent dans les résultats des mesures : fautes, erreurs systématiques et erreurs accidentelles. En théorie, les deux premières anomalies sont éliminées, alors les erreurs sur les résultats deviennent accidentelles, aléatoires.

D'une manière générale, il faut toujours compenser les mesures des observations afin minimiser les erreurs commises et de rendre négligeable le résidu.

Le but de toute compensation est de trouver les résultats définitifs les plus voisins possibles des éléments observés.

La méthode des moindres carrés permet de traiter de façon homogène l'ensemble des observations. Elle assure l'ajustement, l'avantage de donner les corrections les plus faibles : comme ces corrections ne peuvent être nulles en raison des erreurs d'observation, nous cherchons à rendre minimum la somme de leurs carrés.

Pour rendre minimum la somme de ces carrés il faut appliquer les deux principes suivants :

- Dans une série d'observations de même précision, par conséquent de même poids, les valeurs les plus probables qui peuvent être obtenues de ces observations sont celles qui font que la somme des carrés des résidus ou corrections est minimale : Moyenne arithmétique.

- Dans une série d'observations d'inégales précisions, ayant donc des poids inégaux, les valeurs les plus probables qui peuvent être obtenues de ces observations sont celles qui font que la somme des produits des poids par les carrés des résidus ou corrections est minimale : Moyenne pondérale.

Ainsi on a:

✓ pour les observations de même précision,  $\sum v_i^2 = \text{minimum}$ ;

- ✓ pour les observations d'inégales précisions,  $\sum (p_i v_i^2) = \text{minimum}$  où  $p_i$  et  $v_i$  sont respectivement le poids et le résidu relatifs à la détermination d'une quantité à partir d'une méthode donnée.

Les observations compensées ainsi remplissent deux objectifs: la satisfaction rigoureuse du modèle mathématique et la satisfaction de la condition des moindres carrés.

Les moindres carrés peuvent s'appliquer de deux façons générales. La première méthode utilise **les équations ou relations d'observation** dans lesquelles les corrections sont exprimées en fonction de certaines valeurs déterminées indirectement ou exprimées comme des paramètres des observations. Par exemple prenons la moyenne  $\bar{x}$  d'une série de mesures d'une même quantité, cette valeur est la plus probable de la quantité comme il a été montré plus haut. Nous pouvons former le système suivant d'équations des résidus  $v_i$  relatifs aux données  $x_i$  de valeur la plus probable est  $\bar{x}$  :

$$\begin{cases} v_1 = x_1 - \bar{x} \\ v_2 = x_2 - \bar{x} \\ v_3 = x_3 - \bar{x} \\ \dots \\ v_n = x_n - \bar{x} \end{cases}$$

Ces équations sont les relations d'observations. Les résidus  $v_i$ , sont des corrections exprimées en fonctions des observations brutes et de la moyenne arithmétique qui est une valeur déterminée indirectement.

Appliquons la condition des moindres carrés en élevant au carré les  $v_i$  et en faisant leur somme ; différencions cette somme par rapport à la moyenne (paramètre déterminé indirectement), et posons cette dérivée égale à zéro (minimum). Le résultat de ces opérations est de la forme :

$$\frac{d(\sum v_i^2)}{d\bar{x}} = 0 \Leftrightarrow \sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

Une telle équation est dite équation normale. Sa solution donne la valeur du paramètre  $\bar{x}$ .

Les résidus sont obtenus à l'aide des relations d'observations en  $v_i$ . Cet exemple est tellement simple que nous ne nous donnons pas la peine de former les relations d'observation, de faire la différenciation pour obtenir l'équation normale dont la résolution donne la moyenne arithmétique.

Pour une série d'observations plus complexe, la marche à suivre est la suivante :

Formation des relations d'observations, élévation des résidus au carré, sommation des carrés des résidus, différenciation de cette somme par rapport à chaque paramètre et en posant toutes les dérivées égales à zéro ; le système ainsi obtenu constitue le système d'équations normales.

Ces équations sont résolues simultanément pour obtenir la série des valeurs les plus probables des paramètres qui fait la somme des résidus est minimale.

L'observation stricte de certaines procédures de calcul simplifiera toutes ces opérations.

Dans la seconde méthode, les inconnues sont astreintes à certaines vérifications à priori conséquences des théorèmes de géométrie ou d'analyse ou d'une simple loi logique ; par exemple la somme des angles d'un triangle plan doit être égale à 200gr, la cote d'un point de nivellement doit être la même à l'aller et au retour le long d'un cheminement tendu.

Des conditions d'un autre type pourront s'introduire : astreindre certains côtés des chaînes à être en accord avec les bases voisines en triangulation. Nous appelons **équation de condition** les formules mathématiques exprimant les corrections à apporter aux éléments observés pour obtenir des figures rigoureusement géométriques.

Par exemple si les trois angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  d'un triangle sont mesurés tels que :  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 199,079$ , alors nous pouvons transcrire l'équation de condition comme suit :



$$V_1 + V_2 + V_3 = -0,921 \text{ ou } V_1 + V_2 + V_3 + 0,921 = 0 \text{ avec: } \begin{cases} V_1 = \hat{A} - \hat{A}_c \\ V_2 = \hat{B} - \hat{B}_c \\ V_3 = \hat{C} - \hat{C}_c \end{cases}$$

Où  $V_1, V_2$  et  $V_3$  sont les corrections à apporter aux angles mesurés. La solution de cette équation de condition selon les conditions des moindres carrés est la suivante:

$$V_1 = -0,307, V_2 = -0,307 \text{ et } V_3 = -0,307.$$

Cet exemple est une forme simplifiée du concept de la compensation par la méthode des moindres carrés utilisant les relations d'observations et les équations de condition.

Dans des situations complexes des relations d'observations et les équations de condition peuvent être combinées pour obtenir un système d'équations qui est résolu de façon que la somme des carrés des corrections pondérées soit minimale. La raison de la diversité des techniques est que chaque classe de problèmes est mieux traitée avec une technique plus qu'une autre.

### III.3.2. Relations d'observation ou d'équations paramétriques

Le procédé des relations d'observation a les caractéristiques suivantes :

- Dans les équations ou relations d'observation figurent à la fois les observations (mesure réelle) et les paramètres (ainsi que des constantes chaque fois que cela est nécessaire).
- Le nombre des relations,  $c$ , est exactement le même que le nombre des observations ou mesures  $n$ .
- Chaque relation contient seulement une observation ayant pour coefficient l'unité (1).

A titre d'exemple supposons qu'une même distance ait été mesurée deux fois ( $n = 2$ ). Il y a donc une mesure surabondante  $r = n - n_0 = 2 - 1 = 1$ .

La valeur finale (probable)  $x$  de la distance peut être obtenue à partir des observations suivantes :

$$\begin{cases} x = l_1 + v_1 = L_1 \\ x = l_2 + v_2 = L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l_1 + v_1 - x = 0 \\ l_2 + v_2 - x = 0 \end{cases} \quad \text{Ce système est un exemple de relations}$$

d'observation. Où les  $l_i$  sont les observations,  $x$  le paramètre et  $v_i = x - l_i$ .

En remplaçant  $x$  par le symbole  $\Delta$  communément utilisé pour le paramètre, et

en réarrangeant le système précédent, on obtient : 
$$\begin{cases} v_1 - \Delta = -l_1 \\ v_2 - \Delta = -l_2 \end{cases}$$

Si nous prenons les résidus dans un vecteur colonne  $\vec{v} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ , et les observations

dans un autre vecteur  $\vec{L} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}$  alors le système devient :  $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Delta = \begin{pmatrix} -l_1 \\ -l_2 \end{pmatrix}$ . Posons

alors la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  et ainsi on a :  $\boxed{\vec{v} + A\Delta = \vec{L}}$ .

L'équation précédente est la forme générale des équations pour le procédé des relations d'observation. En pratique il y a  $n$  équations et  $\mu$  paramètres inconnus (qui est égale à  $n_0$ , le nombre minimum d'observations nécessaires pour déterminer de façon unique le modèle). Cela fait que la matrice  $A$  est une matrice d'ordre  $(n ; \mu)$ , le vecteur  $\Delta$  un vecteur colonne à  $\mu$  lignes, et les deux vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{L}$  sont des vecteurs colonnes à  $n$  lignes. Ainsi la forme développée des équations est comme suit :

$$\begin{cases} v_1 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1\mu}x_\mu = d_1 - l_1 = L_1 \\ v_2 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2\mu}x_\mu = d_2 - l_2 = L_2 \\ v_3 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3\mu}x_\mu = d_3 - l_3 = L_3 \\ \dots \\ v_n + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{n\mu}x_\mu = d_n - l_n = L_n \end{cases}$$

Avec,  $v_i$  est le  $i^{\text{ème}}$  résidu des  $n$  observations (mesures réelles),  $a_{ij}$  est un coefficient numérique des  $\mu$  paramètres inconnus,  $d_i$  est une constante numérique pouvant être nulle ou non,  $x_i$  est le  $j^{\text{ème}}$  des  $\mu$  paramètres inconnus,  $l_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  valeur numérique des  $n$  observations et  $L_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  valeur des constantes du second membre.

La forme matricielle du système précédent est :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1\mu} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2\mu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \dots & a_{n\mu} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}$$

Sous une forme beaucoup plus concise, l'expression matricielle devient

$$V + AX = d - l = L, \text{ avec,}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1\mu} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2\mu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \dots & a_{n\mu} \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_\mu \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}; l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} \text{ et } L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}.$$

On est amené à résoudre les problèmes suivants :

- Le choix de la valeur la plus plausible de la grandeur mesurée parmi le lot des résultats obtenus
- L'évaluation de la précision des mesures effectuées

Pour résoudre le premier problème et par suite les deux autres, il a été admis que la valeur la plus probable de la grandeur mesurée est celle fournie par la méthode des moindres carrés. En effet, la théorie de la méthode des moindres carrés rend minimale la somme des carrés des résidus.

### III.3.2.1. Méthode des relations d'observations

Une relation d'observation est généralement de la forme :  $L_i - l_i = v_i$

En géodésie ou en topométrie, les mesures  $l_i$  sont des mesures d'angle, de distance mais peuvent aussi être des mesures de temps, etc.

Variation différentielle + valeur calculée – valeur observée = résidus :  $A.X + l = V$

Système linéaire en  $X$  à  $n$  relations et  $c$  inconnues ( $n >> c$ ).

La matrice  $A$  est la matrice des coefficients à  $n$  lignes et  $c$  colonnes.

La matrice  $X$  est la matrice des variables: matrice colonne à  $c$  lignes.

La matrice  $l$  est la matrice des termes numériques (valeur calculée – valeur observé), matrice colonne à  $n$  lignes.

Le premier terme est l'expression différentielle du 2<sup>ème</sup> terme en fonction des inconnues qu'on se propose de déterminer. (Différentielle de la valeur calculée).

Le deuxième terme exprime la différence entre la valeur calculée (approchée) et la valeur mesurée (observée) pour chaque mesure (ou chaque visée).

Le troisième terme est celui des résidus dont la somme des carrés doit être rendue minimum: pour rendre minimum une somme de carrés d'inconnues indépendantes il faut que leurs dérivées partielles soient toutes nulles.

### **Traitement matriciel**

En géodésie, les inconnues à calculer sont de petites corrections de coordonnées ou de gisement des points approchés, et sont appelés comme en calcul différentiel  $dx_i$ ,  $dy_i$ ,  $dz_i$ , alors qu'en notation matricielle précédente, nous les avons appelées X, alors nous aurons :

$$X = \begin{pmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{pmatrix}$$

Calcul des résidus :  $v = (A)(X) + (l)$

Dans la pratique:

- On écrit toutes les relations d'observation une relation d'observations par observations (mesure), ce qui revient à définir les matrices  $A$ ,  $X$ ,  $l$ .
- On normalise  $A^t \times A = N$  et  $A^t \times l = k$
- On résout le système des équations normales

$$X = -N^{-1} \times k$$

### **III.3.2.2. Méthode des équations de conditions**

Cette méthode est utilisée pour les figures ou les réseaux géométriques soumis à de strictes conditions géométriques de fermeture et où les corrections résiduelles sont soumises en plus au principe des moindres carrés tout en satisfaisant les conditions de fermeture. Les formules mathématiques chargées d'exprimer de telles contraintes s'appellent les équations de condition qui forment un système d'équations linéaires dont le nombre est inférieur à celui des inconnues ; il existe alors plusieurs solutions au système. Pour

l'obtention d'une solution unique, nous appliquons aux racines des équations le principe des moindres carrés.

Soient  $L_1, L_2, \dots, L_n$  les valeurs exactes des grandeurs mesurées,  $l_1, l_2, \dots, l_n$

les résultats des mesures pris respectivement avec les poids  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Afin de diminuer l'influence des erreurs accidentelles, on effectue  $n$  mesures alors que les  $k$  mesures s'avèrent nécessaires avec  $n > k$ . La différence  $(n - k) = r$  représente les mesures surabondantes dont chacune donne lieu à une équation de condition.

### Traitement matriciel

En écriture matricielle on a alors :  $AV = f$

$A$  : matrice des coefficients de dimensions  $(r, n)$ .

$V$  : vecteur colonne à  $n$  lignes des inconnues (résidus)

$f$  : vecteur colonne à  $r$  lignes des constantes d'équations (fermetures).

### III.3.3. Application de la méthode des équations aux données de la présente étude

#### III.3.3.1. Site d'APLAHOUE

##### ❖ Recherche de nombres d'équations

Il s'agira ici de rechercher le nombre de mesures surabondantes :

**Le nombre de mesure  $n$**  est trois (03) car les points ont été observés sur trois différentes stations permanentes ;

**Le nombre de mesure nécessaire  $n_0$**  est un (01) puisque à partir d'une seule station permanente nous pouvons connaître les coordonnées des points ;

Le nombre de mesures surabondantes  $r$  est donc  $n - n_0 = 2$

Nous aurons à formuler deux (02) équations

### III.3.3.1.1. Observations en abscisses du Point P1

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)}$$

$$X_{P1\_SP\_ABO} - X_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii), Avec}$$

$$X_{P1\_SP\_COT} = x_{P1\_SP\_COT} + V_1 ; \quad X_{P1\_SP\_ABO} = x_{P1\_SP\_ABO} + V_2 ; \quad X_{P1\_SP\_PKO} = x_{P1\_SP\_PKO} + V_3$$

(iii)

$X_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur compensée

$x_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur mesurée

$V_1$ : Les résidus

En remplaçant les équations (iii) dans (i) et (ii) nous aurons :

$$x_{P1\_SP\_COT} + V_1 - x_{P1\_SP\_ABO} - V_2 = 0 \rightarrow V_1 - V_2 = x_{P1\_SP\_ABO} - x_{P1\_SP\_COT}$$

$$x_{P1\_SP\_ABO} + V_2 - x_{P1\_SP\_PKO} - V_3 = 0 \rightarrow V_2 - V_3 = x_{P1\_SP\_PKO} - x_{P1\_SP\_ABO}$$

#### ❖ Ecriture de la forme matricielle

$$AV = f$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} x_{P1\_SP\_ABO} - x_{P1\_SP\_COT} \\ x_{P1\_SP\_PKO} - x_{P1\_SP\_ABO} \end{pmatrix}$$

#### ❖ Résolution matricielle

Base_APLAHOUÉ	$x_{SP\_COT}$	$x_{SP\_ABO}$	$x_{SP\_PKO}$
P1	352915,979	352915,950	352916,018
Ecart_DX	8,000	7,000	15,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} 352915,950 - 352915,979 \\ 352916,018 - 352915,950 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} -0,029 \\ 0,068 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta x_i}^2}$

$$w = \begin{pmatrix} 1/64 & 0 & 0 \\ 0 & 1/49 & 0 \\ 0 & 0 & 1/225 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q = \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 225 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_e = A * Q * A^t$

$$Q_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 225 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 113 & -49 \\ -49 & 274 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_e = \begin{pmatrix} 113 & -49 \\ -49 & 274 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec

$Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * \text{Com}(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 28561 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0095935 & 0,0017156 \\ 0,0017156 & 0,0039564 \end{pmatrix}$$

Soit  $V$  la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0095935 & 0,0017156 \\ 0,0017156 & 0,0039564 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,029 \\ 0,068 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0001615 \\ 0,0002193 \end{pmatrix} \text{ Soit } K = \begin{pmatrix} -0,0001615 \\ 0,0002193 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 225 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0001615 \\ 0,0002193 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,010 \\ 0,019 \\ -0,049 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} -0,010 \\ 0,019 \\ -0,049 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = -0,010$$

$$V_2 = 0,019$$

$$V_3 = -0,049$$



Soit l'équation (iii)  $X_{P1\_SP\_COT} = x_{P1\_SP\_COT} + V_1$  ;  $X_{P1\_SP\_ABO} = x_{P1\_SP\_ABO} + V_2$  ;  
 $X_{P1\_SP\_PKO} = x_{P1\_SP\_PKO} + V_3$

Base_APLAHOUÉ	<i>SP_COT</i>	<i>SP_ABO</i>	<i>SP_PKO</i>
$x_{P1}$ , m	352915,979	352915,950	352916,018
$V_i$ , m	-0,010	0,019	-0,049
$XP_1$ , m	<b>352915,969</b>	<b>352915,969</b>	<b>352915,969</b>

### Contrôle des équations (i) et (ii)

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \quad \rightarrow \quad 352915,969 - 352915,969 = 0$$

$$X_{P1\_SP\_ABO} - X_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \quad \rightarrow \quad 352915,969 - 352915,969 = 0$$

### III.3.3.1.2. Observations en ordonnée du Point P1

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)}$$

$$Y_{P1\_SP\_ABO} - Y_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii), Avec}$$

$$Y_{P1\_SP\_COT} = y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y} ; Y_{P1\_SP\_ABO} = y_{P1\_SP\_ABO} + V_{2y} ; Y_{P1\_SP\_PKO} = y_{P1\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

(iii)

$Y_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur compensée

$y_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur mesurée

$V_{iy}$ : Les résidus

En remplaçant les équations (iii) dans (i) et (ii) nous aurons :

$$y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y} - y_{P1\_SP\_ABO} - V_{2y} = 0 \quad \rightarrow \quad V_{1y} - V_{2y} = y_{P1\_SP\_ABO} - y_{P1\_SP\_COT}$$

$$y_{P1\_SP\_ABO} + V_{2y} - y_{P1\_SP\_PKO} - V_{3y} = 0 \quad \rightarrow \quad V_{2y} - V_{3y} = y_{P1\_SP\_PKO} - y_{P1\_SP\_ABO}$$

### ❖ Ecriture de la forme matricielle

$$AV = f$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} y_{P1\_SP\_ABO} - y_{P1\_SP\_COT} \\ y_{P1\_SP\_PKO} - y_{P1\_SP\_ABO} \end{pmatrix}$$

### ❖ Résolution matricielle

Base_APLAHOUE	$y_{SP\_COT}$	$y_{SP\_ABO}$	$y_{SP\_PKO}$
P1	767977,571	767977,582	767977,542
Ecart_DY	7,000	7,000	9,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 767977,582 - 767977,571 \\ 767977,542 - 767977,582 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 0,011 \\ -0,040 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta x_i}^2}$

$$w = \begin{pmatrix} 1/49 & 0 & 0 \\ 0 & 1/49 & 0 \\ 0 & 0 & 1/81 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q = \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_\epsilon = A * Q * A^t$

$$Q_\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98 & -49 \\ -49 & 130 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_\epsilon = \begin{pmatrix} 98 & -49 \\ -49 & 130 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec  $Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * \text{Com}(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 10339 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0125737 & 0,0047393 \\ 0,0047393 & 0,0094787 \end{pmatrix}$$

Soit V la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0125737 & 0,0047393 \\ 0,0047393 & 0,0094787 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,011 \\ -0,040 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0000513 \\ -0,0003270 \end{pmatrix} \text{ Soit } K = \begin{pmatrix} -0,0000513 \\ -0,0003270 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 49 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 81 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0000513 \\ -0,0003270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,003 \\ -0,014 \\ 0,026 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} -0,003 \\ -0,014 \\ 0,026 \end{pmatrix}$$

$$V_{1y} = -0,003$$

$$V_{2y} = -0,014$$

$$V_{3y} = 0,026$$

Soit l'équation (iii)  $Y_{P1\_SP\_COT} = y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y}$  ;  $Y_{P1\_SP\_ABO} = y_{P1\_SP\_ABO} + V_{2y}$  ;

$$Y_{P1\_SP\_PKO} = y_{P1\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

Base_APLAHOUÉ	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$y_{P1}$ , m	767977,571	767977,582	767977,542
$V_{iy}$ , m	-0,003	-0,014	0,026
<b><math>Y_{P1}</math>, m</b>	<b>767977,568</b>	<b>767977,568</b>	<b>767977,568</b>

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \quad \rightarrow \quad 767977,568 - 767977,568 = 0$$

$$Y_{P1\_SP\_ABO} - Y_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \quad \rightarrow \quad 767977,568 - 767977,568 = 0$$

### III.3.3.1.3. Observations en abscisses du Point P2

Par analogie de la procédure de détermination du point P1

#### ❖ Résolution matricielle

Base_APLAHOUE	$x_{SP\_COT}$	$x_{SP\_ABO}$	$x_{SP\_PKO}$
P2	354206,744	354206,706	354206,733
Ecart_DX	8,000	6,000	7,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 354206,706 - 354206,744 \\ 354206,733 - 354206,706 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} -0,038 \\ 0,027 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta x_i}^2}$

$$w = \begin{pmatrix} 1/64 & 0 & 0 \\ 0 & 1/36 & 0 \\ 0 & 0 & 1/49 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q = \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 49 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_\epsilon = A * Q * A^t$

$$Q_\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 49 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & -36 \\ -36 & 85 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_\epsilon = \begin{pmatrix} 100 & -36 \\ -36 & 85 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_\epsilon^{-1} * f$  avec  $Q_\epsilon^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_\epsilon$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * Com(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 28561 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0117990 & 0,0049972 \\ 0,0049972 & 0,0138812 \end{pmatrix}$$

Soit  $V$  la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0117990 & 0,0049972 \\ 0,0049972 & 0,0138812 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,038 \\ 0,027 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0003134 \\ 0,0001849 \end{pmatrix} \text{ Soit } K = \begin{pmatrix} -0,0003134 \\ 0,0001849 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 36 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 49 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0003134 \\ 0,0001849 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,020 \\ 0,018 \\ 0,009 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} -0,020 \\ 0,018 \\ 0,009 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = -0,020$$

$$V_2 = 0,018$$

$$V_3 = 0,009$$

Soit l'équation (iii)  $X_{P2\_SP\_COT} = x_{P2\_SP\_COT} + V_{1x}$  ;  $X_{P2\_SP\_ABO} = x_{P2\_SP\_ABO} + V_{2x}$  ;

$$X_{P2\_SP\_PKO} = x_{P2\_SP\_PKO} + V_{3x}$$

Base_APLAHOUÉ	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$xP_2$ , m	354206,744	354206,706	354206,733
$V_i$ , m	-0,020	0,018	0,009
$XP_2$ , m	<b>354206,724</b>	<b>354206,724</b>	<b>354206,724</b>

### Contrôle des équations (i) et (ii)

$$X_{P2\_SP\_COT} - X_{P2\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \rightarrow 354206,724 - 354206,724 = 0$$

$$X_{P2\_SP\_ABO} - X_{P2\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \rightarrow 354206,724 - 354206,724 = 0$$

### III.3.3.1.4. Observations en ordonnée du Point P2

Par analogie de la procédure de détermination du point P1

#### ❖ Résolution matricielle

Base_APLAHOUE	$y_{SP\_COT}$	$y_{SP\_ABO}$	$y_{SP\_PKO}$
P2	766409,672	766409,682	766409,664
Ecart_DY	7,000	6,000	8,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 766409,682 - 766409,672 \\ 766409,664 - 766409,682 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 0,010 \\ -0,018 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma \Delta x_i^2}$

$$w \begin{pmatrix} 1/49 & 0 & 0 \\ 0 & 1/36 & 0 \\ 0 & 0 & 1/64 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_s = A * Q * A^t$

$$Q_s = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 85 & -36 \\ -36 & 100 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_s \begin{pmatrix} 85 & -36 \\ -36 & 100 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_s^{-1} * f$  avec  $Q_s^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_s$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * Com(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 10339 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0138812 & 0,0049972 \\ 0,0049972 & 0,0117990 \end{pmatrix}$$

Soit  $V$  la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0138812 & 0,0049972 \\ 0,0049972 & 0,0117990 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,010 \\ -0,018 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0000489 \\ -0,0001624 \end{pmatrix} \text{ Soit } K = \begin{pmatrix} 0,0000489 \\ -0,0001624 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 36 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 64 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,0000489 \\ -0,0001624 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,002 \\ -0,008 \\ 0,010 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} 0,002 \\ -0,008 \\ 0,010 \end{pmatrix}$$

$$V_{1y} = 0,002$$

$$V_{2y} = -0,008$$

$$V_{3y} = 0,010$$

Soit l'équation (iii)  $Y_{P2\_SP\_COT} = y_{P2\_SP\_COT} + V_{1y}$  ;  $Y_{P2\_SP\_ABO} = y_{P2\_SP\_ABO} + V_{2y}$  ;

$$Y_{P2\_SP\_PKO} = y_{P2\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

Base_APLAHOUÉ	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$y_{P2}$ , m	766409,672	766409,682	766409,664
$V_{iy}$ , m	-0,002	-0,008	0,010
<b><math>Y_{P2}</math>, m</b>	<b>766409,674</b>	<b>766409,674</b>	<b>766409,674</b>

$$Y_{P2\_SP\_COT} - Y_{P2\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \rightarrow 766409,674 - 766409,674 = 0$$

$$Y_{P2\_SP\_ABO} - Y_{P2\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \rightarrow 766409,674 - 766409,674 = 0$$

### III.3.3.2. Site de HOUEYOGBE

#### ❖ Recherche de nombres d'équations

Il s'agira ici de rechercher le nombre de mesures surabondantes :



**Le nombre de mesure** est trois (03) car les points ont été observés sur trois différentes stations permanentes ;

**Le nombre de mesure nécessaire** est un (01) puisque à partir d'une seule station permanente nous pouvons connaître les coordonnées des points ;

Le nombre de mesure surabondante est donc  $n - n_0 = 2$

Nous aurons à formuler deux (02) équations

### III.3.3.2.1. Observations en abscisses du Point P1

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_ABO} = 0 \quad (i)$$

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_PKO} = 0 \quad (ii), \text{ Avec}$$

$$X_{P1\_SP\_COT} = x_{P1\_SP\_COT} + V_{1x} ; X_{P1\_SP\_ABO} = x_{P1\_SP\_ABO} + V_{2x} ; X_{P1\_SP\_PKO} = x_{P1\_SP\_PKO} + V_{3x}$$

(iii)

$X_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur compensée

$x_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur mesurée

$V_1$ : Les résidus

En remplaçant les équations (iii) dans (i) et (ii) nous aurons :

$$x_{P1\_SP\_COT} + V_{1x} - x_{P1\_SP\_ABO} - V_{2x} = 0 \rightarrow V_{1x} - V_{2x} = x_{P1\_SP\_ABO} - x_{P1\_SP\_COT}$$

$$x_{P1\_SP\_COT} + V_{1x} - x_{P1\_SP\_PKO} - V_{3x} = 0 \rightarrow V_{1x} - V_{3x} = x_{P1\_SP\_PKO} - x_{P1\_SP\_COT}$$

#### ❖ Ecriture de la forme matricielle

$$AV = f$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V = \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix} ; \quad f = \begin{pmatrix} x_{P1\_SP\_ABO} - x_{P1\_SP\_COT} \\ x_{P1\_SP\_PKO} - x_{P1\_SP\_COT} \end{pmatrix}$$

#### ❖ Résolution matricielle

Base_HOUEYOGBE	$x_{SP\_COT}$	$x_{SP\_ABO}$	$x_{SP\_PKO}$
P1	372863,599	372863,592	372863,621
Ecart_DX	7,000	17,000	33,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 372863,592 - 372863,599 \\ 372863,621 - 372863,599 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} -0,007 \\ 0,022 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta x_i}^2}$

$$w = \begin{pmatrix} 1/49 & 0 & 0 \\ 0 & 1/289 & 0 \\ 0 & 0 & 1/1089 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q = \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 289 & 0 \\ 0 & 0 & 1089 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_e = A * Q * A^t$

$$Q_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 289 & 0 \\ 0 & 0 & 1089 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 338 & 49 \\ 49 & 1138 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_e = \begin{pmatrix} 338 & 49 \\ 49 & 1138 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec  $Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * \text{Com}(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 28561 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0029772 & -0,0001282 \\ -0,0001282 & 0,0008843 \end{pmatrix}$$

Soit  $V$  la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0029772 & -0,0001282 \\ -0,0001282 & 0,0008843 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,007 \\ 0,022 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0000237 \\ 0,0000204 \end{pmatrix} \text{ Soit}$$

$$K = \begin{matrix} -0,0000237 \\ 0,0000204 \end{matrix}$$

$$V = \begin{matrix} 49 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 289 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1089 & 0 & -1 \end{matrix} * \begin{matrix} -0,0000237 \\ 0,0000204 \end{matrix} = \begin{matrix} 0,000 \\ 0,007 \\ -0,022 \end{matrix} \text{ Soit } V = \begin{matrix} 0,000 \\ 0,007 \\ -0,022 \end{matrix}$$

$$V_{1x} = 0,000$$

$$V_{2x} = 0,007$$

$$V_{3x} = -0,022$$

Soit l'équation (iii)  $X_{P1\_SP\_COT} = x_{P1\_SP\_COT} + V_{1x}$  ;  $X_{P1\_SP\_ABO} = x_{P1\_SP\_ABO} + V_{2x}$  ;

$$X_{P1\_SP\_PKO} = x_{P1\_SP\_PKO} + V_{3x}$$

Base_HOUEYOGBE	<i>SP_COT</i>	<i>SP_ABO</i>	<i>SP_PKO</i>
$x_{P1}$ , m	372863,599	372863,592	372863,621
$V_i$ , m	0,000	0,007	-0,022
$XP_1$ , m	<b>372863,599</b>	<b>372863,599</b>	<b>372863,599</b>

### Contrôle des équations (i) et (ii)

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \rightarrow 372863,599 - 372863,599 = 0$$

$$X_{P1\_SP\_COT} - X_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \rightarrow 372863,599 - 372863,599 = 0$$

### III.3.3.2.2. Observations en ordonnée du Point P1

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)}$$

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii), Avec}$$

$$Y_{P1\_SP\_COT} = y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y} ; Y_{P1\_SP\_ABO} = y_{P1\_SP\_ABO} + V_{2y} ; Y_{P1\_SP\_PKO} = y_{P1\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

(iii)

$Y_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur compensée

$y_{P1\_SP\_COT}$ : Valeur mesurée

$V_{iy}$ : Les résidus

En remplaçant les équations (iii) dans (i) et (ii) nous aurons :

$$y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y} - y_{P1\_SP\_ABO} - V_{2y} = 0 \rightarrow V_{1y} - V_{2y} = y_{P1\_SP\_ABO} - y_{P1\_SP\_COT}$$

$$y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y} - y_{P1\_SP\_PKO} - V_{3y} = 0 \rightarrow V_{1y} - V_{3y} = y_{P1\_SP\_PKO} - y_{P1\_SP\_COT}$$

❖ **Ecriture de la forme matricielle**

$$AV = f$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} y_{P1\_SP\_ABO} - y_{P1\_SP\_COT} \\ y_{P1\_SP\_PKO} - y_{P1\_SP\_COT} \end{pmatrix}$$

❖ **Résolution matricielle**

Base_HOUEYOGBE	$y_{SP\_COT}$	$y_{SP\_ABO}$	$y_{SP\_PKO}$
P1	728220,154	728220,155	728220,179
Ecart_DY	5,000	25,000	11,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus v à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} 728220,155 - 728220,154 \\ 728220,179 - 728220,154 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix} ; \quad f \begin{pmatrix} 0,001 \\ 0,025 \end{pmatrix}$$

Soit w la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta xi}^2}$

$$w \begin{pmatrix} 1/25 & 0 & 0 \\ 0 & 1/625 & 0 \\ 0 & 0 & 1/121 \end{pmatrix}$$

Soit Q la matrice inverse de la matrice w :

$$Q \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 625 & 0 \\ 0 & 0 & 121 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_e = A * Q * A^t$

$$Q_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 625 & 0 \\ 0 & 0 & 121 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 & 25 \\ 25 & 146 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_e = \begin{pmatrix} 650 & 25 \\ 25 & 146 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec  $Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * \text{Com}(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 10339 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0015487 & -0,0002652 \\ -0,0002652 & 0,0068947 \end{pmatrix}$$

Soit V la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0015487 & -0,0002652 \\ -0,0002652 & 0,0068947 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,001 \\ 0,025 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0000051 \\ 0,0001721 \end{pmatrix} \text{ Soit } K = \begin{pmatrix} -0,0000051 \\ 0,0001721 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 625 & 0 \\ 0 & 0 & 121 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0000051 \\ 0,0001721 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,003 \\ -0,021 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,003 \\ -0,021 \end{pmatrix}$$

$$V_{1y} = 0,004$$

$$V_{2y} = 0,003$$

$$V_{3y} = -0,021$$

Soit l'équation (iii)  $Y_{P1\_SP\_COT} = y_{P1\_SP\_COT} + V_{1y}$  ;  $Y_{P1\_SP\_ABO} = y_{P1\_SP\_ABO} + V_{2y}$  ;

$$Y_{P1\_SP\_PKO} = y_{P1\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

Base_APLAHOUÉ	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$yP_1$ , m	728220,154	728220,155	728220,179
$V_{iy}$ , m	0,004	0,003	-0,021
<b><math>YP_1</math>, m</b>	<b>728220,158</b>	<b>728220,158</b>	<b>728220,158</b>

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \quad \rightarrow \quad 728220,158 - 728220,158 = 0$$

$$Y_{P1\_SP\_COT} - Y_{P1\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \quad \rightarrow \quad 728220,158 - 728220,158 = 0$$

### III.3.3.2.3.Observations en abscisses du Point P2

Par analogie de la procédure de détermination du point P1

#### ❖ Résolution matricielle

Base_HOUEYOGBE	$x_{SP\_COT}$	$x_{SP\_ABO}$	$x_{SP\_PKO}$
P2	375450,366	375450,351	375450,269
Ecart_DX	10,000	32,000	41,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 375450,351 - 375450,366 \\ 375450,269 - 375450,366 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{2x} \\ V_{3x} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} -0,015 \\ -0,097 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma \Delta x_i^2}$

$$w \begin{pmatrix} 1/100 & 0 & 0 \\ 0 & 1/1024 & 0 \\ 0 & 0 & 1/1681 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1024 & 0 \\ 0 & 0 & 1681 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_s = A * Q * A^t$

$$Q_s = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1024 & 0 \\ 0 & 0 & 1681 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1124 & 100 \\ 100 & 1781 \end{pmatrix} \text{ Soit}$$

$$Q_s \begin{pmatrix} 1124 & 100 \\ 100 & 1781 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec  $Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * \text{Com}(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 28561 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0008941 & -0,0000502 \\ -0,0000502 & 0,0005643 \end{pmatrix}$$

Soit V la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0008941 & -0,0000502 \\ -0,0000502 & 0,0005643 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,038 \\ 0,027 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0000085 \\ -0,0000540 \end{pmatrix} \text{ Soit}$$

$$K = \begin{pmatrix} -0,0000085 \\ -0,0000540 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1024 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1681 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0000085 \\ -0,0000540 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,006 \\ 0,009 \\ 0,091 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} -0,006 \\ 0,009 \\ 0,091 \end{pmatrix}$$

$$V_{1x} = -0,006$$

$$V_{2x} = 0,009$$

$$V_{3x} = 0,091$$

Soit l'équation (iii)  $X_{P2\_SP\_COT} = x_{P2\_SP\_COT} + V_{1x}$  ;  $X_{P2\_SP\_ABO} = x_{P2\_SP\_ABO} + V_{2x}$  ;

$$X_{P2\_SP\_PKO} = x_{P2\_SP\_PKO} + V_{3x}$$

Base_HOUEYOGBE	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$x_{P2}$ , m	375450,366	375450,351	375450,269
$V_i$ , m	-0,006	0,009	0,091
<b><math>XP_2</math>, m</b>	<b>375450,360</b>	<b>375450,360</b>	<b>375450,360</b>

### Contrôle des équations (i) et (ii)

$$X_{P2\_SP\_COT} - X_{P2\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \rightarrow 375450,360 - 375450,360 = 0$$

$$X_{P2\_SP\_COT} - X_{P2\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \rightarrow 375450,360 - 375450,360 = 0$$



### III.3.3.2.4. Observations en ordonnée du Point P2

Par analogie de la procédure de détermination du point P1

#### ❖ Résolution matricielle

Base_HOUEYOGBE	$y_{SP\_COT}$	$y_{SP\_ABO}$	$y_{SP\_PKO}$
P2	726439,484	726439,482	726439,503
Ecart_DY	6,000	28,000	15,000

L'objectif consistera à déterminer les résidus  $v$  à ajouter aux valeurs mesurées pour obtenir les valeurs compensées.

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 726439,482 - 726439,484 \\ 726439,503 - 726439,484 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V \begin{pmatrix} V_{1y} \\ V_{2y} \\ V_{3y} \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} -0,002 \\ 0,019 \end{pmatrix}$$

Soit  $w$  la matrice des poids avec  $p_i = \frac{1}{\sigma_{\Delta x_i}^2}$

$$w = \begin{pmatrix} 1/36 & 0 & 0 \\ 0 & 1/784 & 0 \\ 0 & 0 & 1/225 \end{pmatrix}$$

Soit  $Q$  la matrice inverse de la matrice  $w$  :

$$Q = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 0 \\ 0 & 784 & 0 \\ 0 & 0 & 225 \end{pmatrix}$$

Déterminons une matrice  $Q_e = A * Q * A^t$

$$Q_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 36 & 0 & 0 \\ 0 & 784 & 0 \\ 0 & 0 & 225 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 820 & 36 \\ 36 & 261 \end{pmatrix} \text{ Soit } Q_e \begin{pmatrix} 820 & 36 \\ 36 & 261 \end{pmatrix}$$

Déterminons en suite une matrice  $K = Q_e^{-1} * f$  avec  $Q_e^{-1}$  la matrice inverse de la matrice  $Q_e$

$$Q_e^{-1} = \frac{1}{\det(Q_e)} * Com(Q_e)^t$$

$$\det(Q_e) = 10339 \text{ Alors la matrice } Q_e \text{ est inversible } Q_e^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0012269 & -0,0001692 \\ -0,0001692 & 0,0038548 \end{pmatrix}$$

Soit V la matrice des résidus avec  $V = Q * A^t * K$  avec

$$K = Q_e^{-1} * f = \begin{pmatrix} 0,0012269 & -0,0001692 \\ -0,0001692 & 0,0038548 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,002 \\ 0,019 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0000057 \\ 0,0000736 \end{pmatrix} \text{ Soit}$$

$$K = \begin{pmatrix} -0,0000057 \\ 0,0000736 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 784 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 225 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,0000057 \\ 0,0000736 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,002 \\ 0,004 \\ -0,017 \end{pmatrix} \text{ Soit } V = \begin{pmatrix} 0,002 \\ 0,004 \\ -0,017 \end{pmatrix}$$

$$V_{1y} = 0,002$$

$$V_{2y} = 0,004$$

$$V_{3y} = -0,017$$

Soit l'équation (iii)  $Y_{P2\_SP\_COT} = y_{P2\_SP\_COT} + V_{1y}$  ;  $Y_{P2\_SP\_ABO} = y_{P2\_SP\_ABO} + V_{2y}$  ;

$$Y_{P2\_SP\_PKO} = y_{P2\_SP\_PKO} + V_{3y}$$

Base_APLAHOUÉ	SP_COT	SP_ABO	SP_PKO
$y_{P2}$ , m	726439,484	726439,482	726439,503
$V_{iy}$ , m	0,002	0,004	-0,017
<b><math>Y_{P2}</math>, m</b>	<b>726439,486</b>	<b>726439,486</b>	<b>726439,486</b>

$$Y_{P2\_SP\_COT} - Y_{P2\_SP\_ABO} = 0 \text{ (i)} \quad \rightarrow \quad 726439,486 - 726439,486 = 0$$

$$Y_{P2\_SP\_COT} - Y_{P2\_SP\_PKO} = 0 \text{ (ii)} \quad \rightarrow \quad 726439,486 - 726439,486 = 0$$

### III.4. Analyse des Resultats

EPAC-CAP		Problématiques des observations GNSS issue de Trois (03) Stations Permanentes									
Présenté par:		TCHIDI Rodolphe		CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU							
		S/Direction: Léopold DEGBEGNON					Contrôle: Médard J. C. de SOUZA				
Site: APLAHOUE				BUREAU D'EXECUTION DES TRAVAUX:				BERGEPO SARL			
Ecarts des différentes observations des points par rapport à la principes des moindres carrées											
Pts	S_P_COTONOU		S_P_ABOMEY		S_P_PARAKOU		S_P_COT_ABO_PKO		MOINDRES	Pts	
	mètre	Ecart 1	mètre	Ecart 2	mètre	Ecart 3	mètre	Ecart 4	CARREES, m		
			ABSCISSES (X)								
P1	352915,979	0,010	352915,950	-0,019	352916,018	0,049	352915,970	0,001	352915,969	P1	
P2	354206,744	0,020	354206,706	-0,018	354206,733	0,009	354206,723	-0,001	354206,724	P2	
			ORDONNEES (Y)								
P1	767977,571	0,003	767977,582	0,014	767977,542	-0,026	767977,569	0,001	767977,568	P1	
P2	766409,672	-0,002	766409,682	0,008	766409,664	-0,010	766409,677	0,003	766409,674	P2	

**Tableau 4 :** Résultats des observations par la méthode des moindres carrés et par combinaison

#### Constat 1 :

Aux vus des écarts nous constatons que la méthode des moindres rejoint l'observation sur la combinaison des trois stations permanentes avec une variation de 1mm en abscisses et 3mm en ordonnées (Tableau N°4);

#### Conclusion 7 :

A défaut d'avoir simultanément trois stations permanentes, on peut toutefois procéder à des observations individuelles et en suite utiliser les relations mathématiques des moindres carrées pour la compensation.

Problématiques des observations GNSS issues de Trois (03) Stations Permanentes : CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU

**Constat 2 :**

En considérant les écarts individuellement sur chaque station permanente par rapport à la valeur supposée vraie de la méthode des moindres carrées, nous constatons une variation de **3mm à 1cm** à Cotonou, **1,4 à 1,9cm** à Abomey et **2,6 à 5cm** à Parakou pour **les abscisses** ; **2mm à 2cm** à Cotonou, **8mm à 9mm** à Abomey et **9mm à 1cm** à Parakou pour **les ordonnées** (Tableau N°4).

**Conclusion 8 :**

Pour plus de précision sur une station permanente il serait très capital de tenir compte de la distance entre le point à observer et la station permanente de référence. Aussi il faut une bonne précision en positionnement HDOP voir **conclusion 5 et 6**

EPAC-CAP		Problématiques des observations GNSS issue de Trois (03) Stations Permanentes									
Présenté par:		TCHIDI Rodolphe		CAS DES STATIONS COTONOU, D'ABOMEY ET PARAKOU							
	S/Direction: Léopold DEGBEGNON						Contrôle: Médard J. C. de SOUZA				
Site: HOUEYOGBE				BUREAU D'EXECUTION DES TRAVAUX:				BERGEPO SARL			
Ecarts des différentes observations des points par rapport à la principes des moindres carrées											
Pts	S_P_COTONOU		S_P_ABOMEY		S_P_PARAKOU		S_P_COT_ABO_PKO		MOINDRES	Pts	
	mètre	Ecart 1	mètre	Ecart 2	mètre	Ecart 3	mètre	Ecart 4	CARREES, m		
			ABSCISSES (X)								
P1	372863,599	0,000	372863,592	-0,007	372863,621	0,022	372863,593	-0,006	372863,599	P1	
P2	375450,366	0,006	375450,351	-0,009	375450,269	-0,091	375450,357	-0,003	375450,360	P2	
			ORDONNEES (Y)								
P1	728220,154	-0,004	728220,155	-0,003	728220,179	0,021	728220,159	0,001	728220,158	P1	
P2	726439,484	-0,002	726439,482	-0,004	726439,503	0,017	726439,482	-0,004	726439,486	P2	

**Tableau 5:** Résultats des observations par la méthode des moindres carrés et par combinaison

**Constat 1 :**

Aux vus des écarts nous constatons que la méthode des moindres rejoint l'observation sur la combinaison des trois stations permanentes avec une variation de 1mm en abscisses et 6mm en ordonnées (Tableau N°5);

**Conclusion 9 :**

A défaut d'avoir simultanément trois stations permanentes, on peut toutefois procéder à des observations individuelles et en suite utiliser les relations mathématiques des moindres carrées pour la compensation.

**Constat 2 :**

En considérant les écarts individuellement sur chaque station permanente par rapport à la valeur supposée vraie de la méthode des moindres carrées, nous constatons une variation **0 à 4mm** à Cotonou, **3 à 7mm** à Abomey et **2cm** à Parakou pour **les abscisses** ; **2 à 6mm** à Cotonou, **4 à 9mm** à Abomey et **1,5 à 2cm** à Parakou pour **les ordonnées** (Tableau N°5).

**Conclusion 10 :**

Pour plus de précision sur une station permanente il serait très capital de tenir compte de la distance entre le point à observer et la station permanente de référence.

La mesure GPS préconisée a été spatiale en mode statique et en réseau. Les appareils de mesure ont été des récepteurs GPS Bi-fréquence Trimble avec des durées de 3heures à 6heures d'observation ayant comme point fixe les stations permanentes de Cotonou, d'Abomey et Parakou pour les pivots. La densité du réseau des points à observer et donc le nombre de points avait un impact important sur la préparation de la campagne d'observation ainsi que sur la masse d'observations à réaliser. Deux sessions d'observations par GNSS doivent être au moins effectuées. Pendant toutes les sessions d'observation, les éléments suivants ont été assurés:

- ✓ La distance entre la station de référence et le récepteur mobile n'a pas dépassé 5km ;
- ✓ Le PDOP est resté inférieur à 6 pendant toute la durée d'observation ;
- ✓ Un minimum de 5 satellites doit être observé ;
- ✓ Le récepteur mobile a affiché en permanence que les ambiguïtés sont fixes pendant la période d'observation.
- ✓ le temps d'observation a été prédéfini à l'aide du logiciel Trimble planning et se présente comme l'indique le tableau IV.

## **Conclusion**

Somme toute, l'utilisation des récepteurs GPS/GNSS en topographie s'est considérablement répandue en raison des multiples avantages qu'elle offre en matière de précision et de gain de temps. Toutefois, les techniques employées sont absolument différentes de celles de la topographie ordinaire. Les mesures au récepteur GPS sont relativement simples et fournissent de bons résultats si les principes fondamentaux d'utilisation sont respectés. Du point de vue pratique, il est très important pour tout utilisateur d'outil GPS en général et, par-dessus tous les techniciens géomètres de maîtriser les règles de base relatives à la planification, la collecte et aux traitements des données. A cet effet, il serait souhaitable pour les responsables des cabinets et toutes autres structures travaillant avec les récepteurs GNSS de s'approprier la connaissance théorique approfondie en vue d'un meilleur suivi et d'une gestion efficiente des projets.

Le mode statique s'est révélé un moyen fiable et efficace pour déterminer des vecteurs précis. Il n'en demeure pas moins que cette méthode est limitée à des vecteurs d'environ 5 à 10 km à cause des erreurs qui augmentent en fonction de la distance, réduisant ainsi la capacité de résolution d'ambiguïtés de phase (initialisation) et la précision de la solution.



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- KIKI S. (2008) Contribution de la technologie GPS/GNSS à la sécurisation foncière au Bénin.
- DEGBEGNON L.- Journal de la Recherche Scientifique de l'Université de ..., 2012 - fig.net.
- Délégation à l'Aménagement du Territoire (DAT). 2006. « La réforme foncière au Bénin : Vers la formulation d'un programme d'ensemble », Version provisoire, Décembre 2006. Présidence de la République. Cabinet civil. (p 5).
- BOUISSAM M. - BAHIJ Y. (2005). Détermination du rayon d'action des stations GPS permanentes pour les levés cadastraux au Maroc. 147 p. Encad: Chbourk, J;El

## TABLE DES MATIERE

REMERCIEMENTS.....	1
SIGLES ET ACCRONYMES.....	3
RESUME.....	4
ABSTRACT .....	5
SOMMAIRE.....	6
Liste des tableaux.....	7
INTRODUCTION.....	8
CHAPITRE I : .....	9
<b>I.1. PROBLEMATIQUE</b> .....	9
<b>I.2. Contexte de l'étude</b> .....	11
<b>I.3. Justification du theme</b> .....	12
<b>I.4. Hypothèses et objectifs de l'étude</b> .....	13
I.4.1 Objectif global.....	13
I.4.2. Objectifs spécifiques .....	13
I.4.3. Questions de recherche .....	13
I.4.4. Hypothèses .....	14
<b>I.5. Cadre géographique de l'étude</b> .....	14
I.5.1. Situation géographique des zones d'étude.....	14
I.5.2. Climat.....	15
<b>I.5.3. Sol, végétation et Hydrographie</b> .....	15
I.6. Démarche méthodologique .....	16
Chapitre II : cadres de référence géodésique du Bénin et la géodésie spatiale .....	19
<b>II.1. Cadres de référence géodésique du Bénin</b> .....	19
II.1.1. Cadres de référence altimétrique .....	19
II.1.2. Cadres de référence planimétrique.....	20
II.1.3. Réseau des Stations Permanentes .....	26
<b>II.2. La Géodésie Spatiale</b> .....	34

II.2.1. Les techniques de la Géodésie spatiale .....	36
II.2.2. La technique GNSS « Système Global de Positionnement par Satellite ».....	37
<b>II.2.2.1. Historique, Définition .....</b>	<b>37</b>
<b>II.2.2.2. Généralité, Description du GNSS.....</b>	<b>41</b>
<b>II.2.2.2.1. Objectifs du GNSS.....</b>	<b>41</b>
<b>II.2.2.2.2. Trois segments dont compose le système GNSS.....</b>	<b>41</b>
<b>II.2.2.2.3. Avantages du système GNSS .....</b>	<b>41</b>
<b>II.2.2.3. Les mesures par GNSS.....</b>	<b>42</b>
<b>II.2.2.3.1. Le mode de positionnement différentiel.....</b>	<b>42</b>
<b>II.2.2.3.2. Les facteurs de dilution de la précision.....</b>	<b>44</b>
Chapitre III : cadres techniques de l'étude, Résultats et discussions.....	45
<b>III.1. Inventaire des réseaux géodésique et de nivellement de Cotonou.....</b>	<b>45</b>
III.1.1. Inventaire du réseau géodésique de la ville de Cotonou.....	45
III.1.2. Inventaire du réseau géodésique de la ville d'Abomey .....	45
III.1.3. Inventaire du réseau géodésique de la ville de Parakou.....	46
III.1.4. Les travaux de relevés planimétriques sur le terrain .....	46
III.1.5. Point de base – Station permanente.....	46
<b>III.1.5.1. Observation GPS mode statique .....</b>	<b>46</b>
<b>III.1.5.2. La détermination des coordonnées planimétriques .....</b>	<b>49</b>
<b>III.2. Résultats attendus.....</b>	<b>50</b>
III.2.1. Base sur le site d'APLAHOUE.....	50
<b>III.2.1.1. Résultats issus des observations résultantes de la station permanente de Cotonou.....</b>	<b>50</b>
<b>III.2.1.2. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente d'Abomey .....</b>	<b>52</b>
<b>III.2.1.3. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente de Parakou.....</b>	<b>54</b>
<b>III.2.1.4. Résultat issus des observations résultantes de la combinaison des trois stations permanentes.....</b>	<b>56</b>
III.2.2. Base sur le site de HOUEYOGBE .....	56
<b>III.2.2.1. Résultats issus des observations résultantes de la station permanente de Cotonou.....</b>	<b>56</b>

<b>III.2.2.2. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente d'Abomey .....</b>	<b>58</b>
<b>III.2.2.3. Résultat issus des observations résultantes de la station permanente de Parakou.....</b>	<b>60</b>
<b>III.2.2.4. Résultats issus des observations résultantes de la combinaison des trois stations permanentes.....</b>	<b>62</b>
<b>III.3. Traitement des Resultats .....</b>	<b>62</b>
<b>III.3.1. Rappel de la théorie des moindres carrées : Principe .....</b>	<b>62</b>
III.3.2. Relations d'observation ou d'équations paramétriques .....	66
<b>III.3.2.1. Méthode des relations d'observations .....</b>	<b>68</b>
<b>III.3.2.2. Méthode des équations de conditions.....</b>	<b>69</b>
III.3.3. Application de la méthode des équations aux données de la présente étude .....	70
<b>III.3.3.1. Site d'APLAHOUE.....</b>	<b>70</b>
<b>III.3.3.1.1. Observations en abscisses du Point P1 .....</b>	<b>71</b>
<b>III.3.3.1.2. Observations en ordonnée du Point P1.....</b>	<b>73</b>
<b>III.3.3.1.3. Observations en abscisses du Point P2 .....</b>	<b>76</b>
<b>III.3.3.1.4. Observations en ordonnée du Point P2 .....</b>	<b>78</b>
<b>III.3.3.2. Site de HOUEYOGBE .....</b>	<b>79</b>
<b>III.3.3.2.1. Observations en abscisses du Point P1 .....</b>	<b>80</b>
<b>III.3.3.2.2. Observations en ordonnée du Point P1.....</b>	<b>82</b>
<b>III.3.3.2.3. Observations en abscisses du Point P2 .....</b>	<b>85</b>
<b>III.3.3.2.4. Observations en ordonnée du Point P2 .....</b>	<b>87</b>
<b>III.4. Analyse des Resultats.....</b>	<b>89</b>
Conclusion.....	93
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	94
TABLE DES MATIERE .....	95